

Fluxo em solos não saturados

Gilson de F. N. Gitirana Jr.
Delwyn G. Fredlund
Marisaides Lima-Goutte

SUMÁRIO

1. Introdução
 - 1.1 A abordagem da Mecânica do Contínuo
 2. Leis e conceitos fundamentais que regem o fluxo
 - 2.1 Hipóteses adotadas no desenvolvimento teórico
 - 2.2 Variáveis de tensão
 - 2.3 Conservação de massa e calor
 3. Leis constitutivas para o fluxo em solos não saturados
 - 3.1 Mudança de volume da fase água
 - 3.2 Mudança de volume da fase ar
 - 3.3 Leis de fluxo
 - 3.3.1 Fluxo de água líquida
 - 3.3.2 Fluxo de vapor de água
 - 3.3.3 Transferência entre a água líquida e o vapor de água
 - 3.3.4 Fluxo de ar seco
 - 3.3.5 Fluxo de calor por condução
 4. Equações diferenciais parciais
 - 4.1 Fluxo de água
 - 4.1 Fluxo de ar
 - 4.1 Fluxo de calor
 5. Interação solo-atmosfera
 - 5.1 Fluxo de água entre o solo e a atmosfera
 - 5.2 Fluxo de calor entre o solo e a atmosfera
- Bibliografia

1. Introdução

É reconhecida a importância do fluxo interno e superficial na origem e evolução das voçorocas em solos tropicais (Lima, 2003). O fluxo através e sobre a superfície é responsável por diversos mecanismos de erosão nos solos, entre eles a lixiviação e o fenômeno de “piping”. Além disso, a degradação do solo superficial por intemperismo, que é um dos fatores condicionantes para os processos erosivos, depende da quantidade de fluxo na região superficial e não saturada.

A Fig. 1 mostra a variação de umidade natural em relação à profundidade e à distância da borda de uma voçoroca da Cidade do Gama, Distrito Federal, estudada por Lima (2003). O Furo de sondagem 1 se encontrava a 5 m da borda da voçoroca, o Furo 2 à 10m, o Furo 3 à 20 m e o Furo 4 à 60 m. Pode-se observar maiores variações de umidade nos primeiros 3 m de profundidade, em torno da zona ativa, sensível às variações atmosféricas. Este tipo de distribuição de umidade com a profundidade é geralmente observado e evidencia a influência das condições atmosféricas, principalmente no solo considerado “de superfície”.

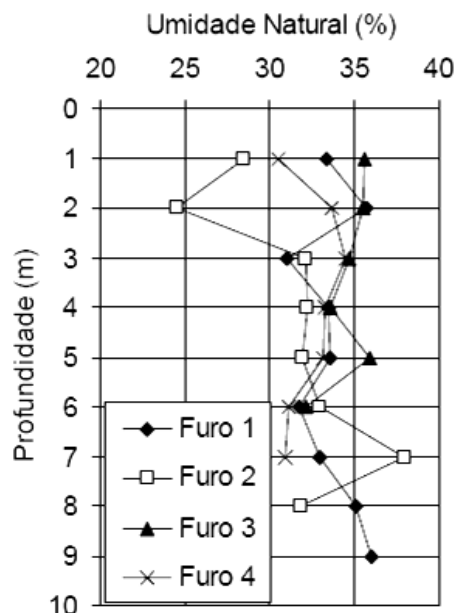


Figura 1 Distribuição da umidade natural próxima da borda de uma voçoroca, Gama-DF (Lima, 2003).

A Fig. 2, também de Lima (2003), mostra a relação entre w_p e w_L para os Furos 1 a 4, executados nas proximidades da voçoroca do Gama. Pode-se observar que a relação entre os valores de w_p e w_L para os Furos 1 e 2 está acima da relação existente para os furos 3 e 4. Portanto, ocorreu uma redução dos limites de liquidez para os furos próximos à borda da voçoroca, o que indica uma alteração do solo devido ao processo de intemperismo e do fluxo em meio não saturado dentro dos taludes dessa voçoroca.

As variações observadas na Fig. 2 podem ser explicadas em função de alterações químicas ou físicas (i.e., de granulometria). A Fig. 3 apresenta a distribuição espacial das frações argila e silte em relação à borda da voçoroca do Gama. Estes dados de granulometria foram determinados com o uso de um granulômetro a laser e com a utilização de ultra-som para desagregar as partículas. Observa-se que o teor de silte diminuiu e o teor de argila aumenta

junto à borda da voçoroca. Fica claro que ocorreu um processo de lixiviação de partículas causado pelo fluxo de água.

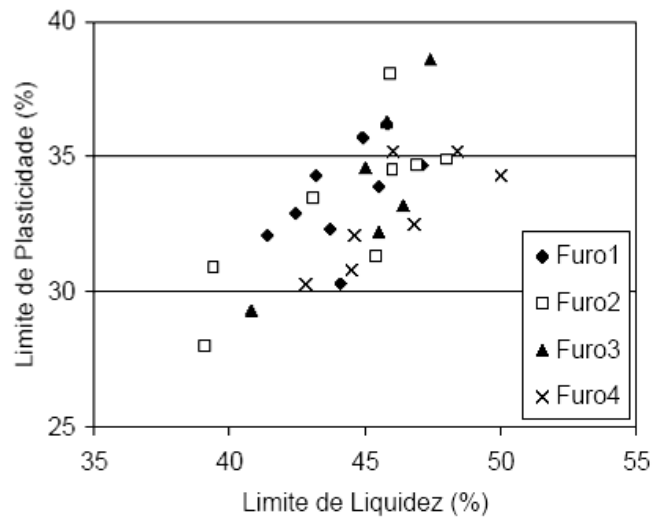
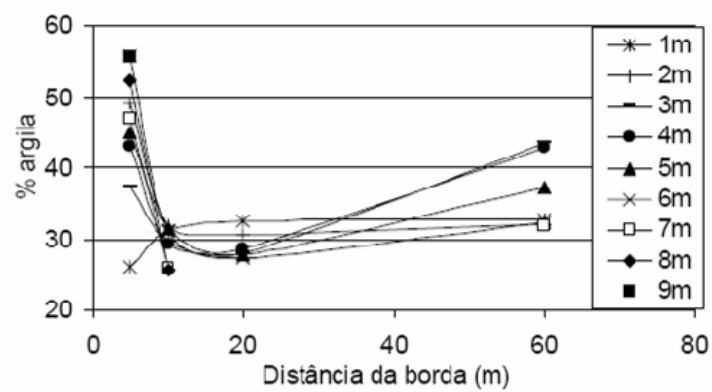
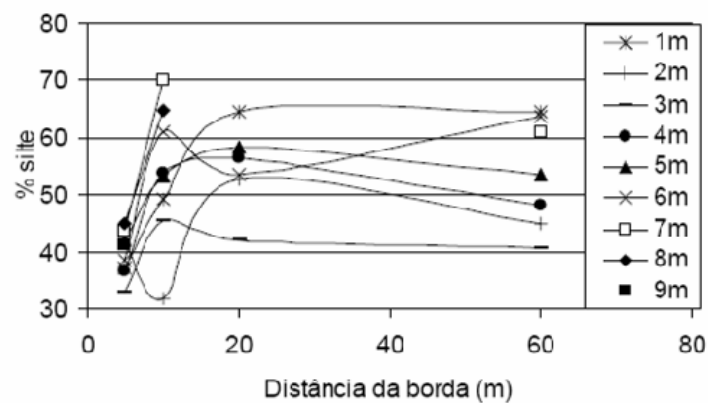


Figura 2 Correlação entre os limites de Atterberg, Gama-DF (Lima, 2003).



a) percentual de argila



b) percentual de silte

Figura 3 Distribuição espacial das frações granulométricas obtidas com granulômetro a laser e desagregação por ultra-som, Gama-DF (Lima, 2003).

A relação entre valores medidos de pH em KCl e a distância em relação à borda da voçoroca do Gama são apresentados na Fig. 4. Pode-se ver que a nas camadas superficiais o valor de

pH diminui com a proximidade da borda e nas camadas mais profundas ocorre um aumento do pH junto à borda da voçoroca. A interpretação dos dados apresentados na Fig. 4 requer uma análise da relação entre pH e a granulometria. Pode-se observar na Fig. 5 que existem uma relação entre o pH e o teor de agregados totais, indicando a influência do nível de intemperização na formação dos agregados do solo. Os dados apresentados nas Figs. 1 a 5 evidenciam que o fluxo superficial, junto às voçorocas, resulta na degradação física e química do solo.

Além da influência do fluxo na alteração do solo de superfície, o fluxo no solo não saturado determina variações na distribuição de poro-pressões. A redução dos valores de poro-pressão negativa (i.e., sucção) durante estações chuvosas é frequentemente responsável pela ruptura dos taludes das voçorocas, contribuindo para o avanço da erosão. Lima (2003) demonstrou por meio de análises de equilíbrio limite que a estabilidade de vários taludes de voçorocas estudadas estava condicionada à manutenção dos valores de sucção. Gitirana Jr. (2005) demonstrou que a estabilidade de taludes não saturados, tais como os de voçorocas, é função não apenas das condições atmosféricas recentes, mas também função do histórico de evaporação e precipitação durante várias semanas ou mesmo meses anteriores.

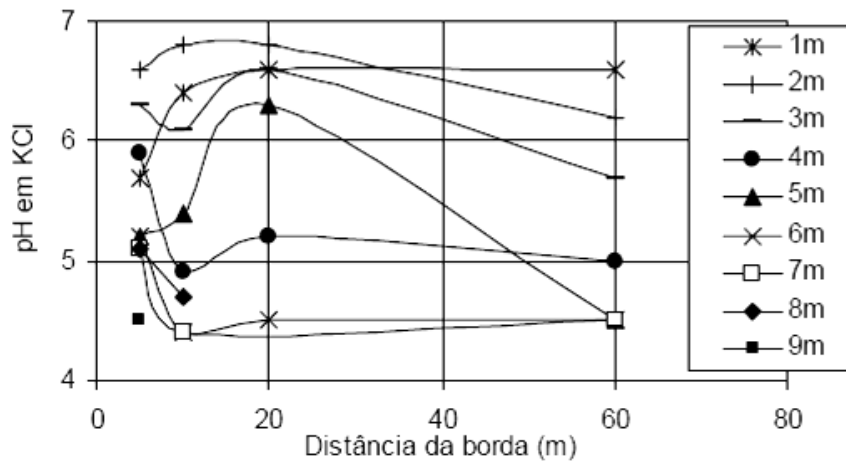


Figura 4 Distribuição espacial do valor de pH em KCl, Gama-DF (Lima, 2003).

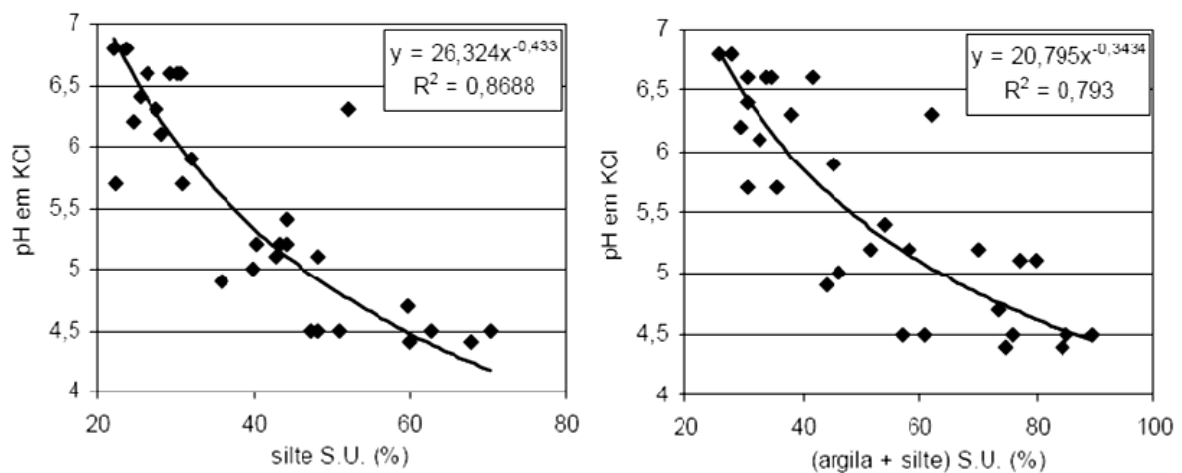


Figura 5 Correlação entre o pH e a granulometria, Gama-DF (Lima, 2003).

1.1 A abordagem da Mecânica do Contínuo

Em vista da relevância dos fenômenos de fluxo no solo superficial para o desenvolvimento de processos erosivos, o objetivo deste capítulo é apresentar como os principais fenômenos de fluxo podem ser modelados do ponto de vista físico. Dentre os fenômenos de maior interesse tem-se: o fluxo de água líquida, fluxo de vapor de água, fluxo de ar, fluxo de calor e a interação entre solo e atmosfera, representados pelos mecanismos de infiltração, runoff e evaporação.

De acordo com a abordagem de mecânica do contínuo, a modelagem de fenômenos de solos não saturados compreende as etapas a seguir:

1. Identificação dos processos físicos de interesse associados com o problema;
2. Estabelecimento de variáveis contínuas agindo sobre um elemento infinitesimal representativo do solo;
3. Desenvolvimento de equações de campo que governem os processos físicos de interesse, por meio a hipótese do contínuo, válida do ponto de vista macroscópico (i.e., considerando um elemento infinitesimal) e usando propriedades de solo mensuráveis:
 - a. Utilizar leis fundamentais de conservação;
 - b. Desenvolver leis constitutivas;
 - c. Desenvolver um sistema final de equações diferenciais parciais.
4. Estabelecer condições iniciais, internas e de fronteira para o problema;
5. Desenvolver uma solução matemática para as equações governantes.

O acoplamento entre vários mecanismos de fluxo é apresentado neste capítulo em termos de coeficientes e variáveis que surgem durante o desenvolvimento das equações diferenciais governantes. No entanto, as equações governantes podem ser simplificadas e desacopladas, desconsiderando-se de forma processos secundários, relativamente menos importantes em determinadas situações. Desta forma, têm-se diversos níveis de acoplamento aplicados à prática da Engenharia.

O sistema cartesiano foi adotado ao longo deste capítulo e todas as equações apresentadas são escritas para a condição mais geral, tri-dimensional. Equações para condições bi-dimensionais podem ser facilmente obtidas, sendo estas casos particulares das equações tri-dimensionais apresentadas. As equações apresentadas podem ser convertidas para condições axi-simétricas por meio de um sistema de coordenadas cilíndricas.

Apesar de a notação tensorial ser elegante e concisa, as equações apresentada neste capítulo obedecem à notação clássica de engenharia. Pretende-se facilitar o entendimento e permitir o fácil acesso das teorias apresentadas aqui, àqueles profissionais e estudantes interessados na compreensão dos fenômenos físicos associado com o fluxo de solos não saturados.

A apresentação de técnicas matemáticas e numéricas de solução das equações apresentadas foge do escopo deste capítulo. Aos leitores interessados em conhecer as técnicas numéricas tradicionalmente utilizadas para a solução deste tipo de equação, sugere-se procurar detalhes sobre o Método dos Elementos Finitos e das Diferenças Finitas. Reddy (1993) apresenta uma introdução sobre estes métodos numéricos de um ponto de vista generalista e apropriado para iniciantes. Dentre as ferramentas numéricas comerciais disponíveis, os pacotes disponibilizados pela empresa SoilVision Systems Ltd. (<http://www.soilvision.com>) são

recomendados, uma vez que estes foram desenvolvidos com base nas teorias aqui apresentadas.

2. Leis e conceitos fundamentais que regem o fluxo

O estudo de modelagem dos fenômenos de fluxo em solos não saturados se baseia em hipóteses fundamentais adotadas no desenvolvimento teórico, no estabelecimento de variáveis de estado adequadas e na adoção de leis fundamentais de conservação.

2.1 Hipóteses adotadas no desenvolvimento teórico

Uma série de hipóteses são tradicionalmente adotadas no desenvolvimento das equações diferenciais parciais que governam o fluxo em solos não saturados. O seguinte conjunto de hipóteses pode ser considerado geralmente válido:

1. As fases do solo podem ser descritas utilizando uma abordagem baseada na mecânica do contínuo;
2. O ar nos poros do solo e todos os seus gases constituintes se comportam como gases ideais;
3. Equilíbrio termodinâmico local entre a água líquida e o vapor de água é observado;
4. Gradientes de pressão atmosférica são desprezíveis.

Além das hipóteses gerais, várias outras hipóteses simplificadoras podem ser adotadas. Estas simplificações impõem um limite à aplicabilidade das equações e teorias desenvolvidas, mas são válidas na maioria das situações práticas:

1. A água líquida e as partículas são consideradas incompressíveis;
2. Gradientes de sucção osmótica são desprezíveis;
3. A temperatura da água do solo está sempre abaixo do ponto de ebulição e acima do ponto de solidificação.

As três simplificações anteriores podem ser inadequadas em certas condições. Por exemplo, a compressibilidade da água tem um importante impacto na análise de fluxo regional em aquíferos extensos. Condições de degelo e congelamento podem ser relevantes em regiões de clima temperado.

Existem hipóteses simplificadoras adicionais que são aceitáveis em várias situações práticas, mas que não são adotadas aqui:

1. A fase ar pode ser considerada em permanente contato com a atmosfera (i.e., gradientes de pressão de ar são desprezíveis);
2. A dissolução de ar na água líquida pode ser desprezada;
3. Mudanças de volume total podem ser desprezadas.

A descrição apresentada aqui de hipóteses comumente adotadas não é exaustiva. Outras hipóteses secundárias são utilizadas para o desenvolvimento de teorias de fluxo em solos não saturados e serão descritas ao longo do texto, quando necessário.

2.2 Variáveis de tensão

Variáveis de estado de tensão apropriadas devem ser utilizadas. Estas variáveis devem ser capazes de acomodar as características de um contínuo multi-fásico. Fredlund & Morgenstern (1977) apresentaram uma justificativa teórica para a utilização de duas variáveis de estado de tensão. Estas variáveis de tensão proporcionaram o desenvolvimento de teorias sólidas que hoje permitem a análise de problemas práticos envolvendo solos não saturados.

As variáveis de estado de tensão para solos não saturados são formadas pela combinação da tensão total, σ , a poro-pressão de ar, u_a , e a poro-pressão de água, u_w . As variáveis “tensão líquida”, $(\sigma - u_a)$ e sucção matricial, $(u_a - u_w)$, são normalmente utilizadas. Os tensores correspondentes às duas variáveis de tensão independentes podem ser escritos da seguinte e forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - u_a & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - u_a & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - u_a \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} u_a - u_w & 0 & 0 \\ 0 & u_a - u_w & 0 \\ 0 & 0 & u_a - u_w \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde:

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \text{tensão normal agindo no plano } i \text{ e na direção } i; \\ \tau_{ij} &= \text{tensão cisalhante agindo no plano } i \text{ e na direção } j; \end{aligned}$$

Os tensores de tensão líquida e de sucção matricial se tornam uma única variável de tensão (i.e., tensão efetiva) para a condição saturada, em que $u_a = u_w$. Desta forma, se tem uma abordagem consistente com as teorias tradicionalmente aceitas para solos saturados (Terzagui, 1943). As duas variáveis de tensão apresentadas aqui são utilizadas ao longo deste capítulo.

2.3 Conservação de massa e calor

Duas leis fundamentais de conservação são geralmente necessárias para o estabelecimento das teorias de fluxo em solos não saturados. São elas, as leis de conservação de massa e de energia. As equações diferenciais que regem a conservação de massa de água, massa de ar, e energia térmica (i.e., calor), são desenvolvidas considerando um elemento de solo infinitesimal representativo (Fig. 6). As equações de conservação são obtidas considerando a diferença entre as taxas de fluxo que entra e sai do elemento de solo e igualando esta diferença à taxa de mudança de quantidade de massa e calor armazenados no elemento de solo. As equações a seguir são obtidas considerando condições tri-dimensionais:

$$-\frac{\partial q_x^w}{\partial x} - \frac{\partial q_y^w}{\partial y} - \frac{\partial q_z^w}{\partial z} = \frac{1}{V_0} \frac{\partial M_w}{\partial t} \quad (\text{conservação de massa e água}) \quad (2)$$

$$-\frac{\partial q_x^a}{\partial x} - \frac{\partial q_y^a}{\partial y} - \frac{\partial q_z^a}{\partial z} = \frac{1}{V_0} \frac{\partial M_a}{\partial t} \quad (\text{conservação de massa de ar}) \quad (3)$$

$$-\frac{\partial q_x^h}{\partial x} - \frac{\partial q_y^h}{\partial y} - \frac{\partial q_z^h}{\partial z} = \frac{1}{V_0} \frac{\partial Q_h}{\partial t} \quad (\text{conservação de calor}) \quad (4)$$

onde:

- $q_i^{w,a}$ = taxa de fluxo total de massa de água e ar na direção i através de uma secção unitária de solo, $\text{kg/m}^2 \text{ s}$;
 q_i^w = $\rho_w v_i^w$, $\text{kg/m}^2 \text{ s}$;
 q_i^a = $\rho_a v_i^a$, $\text{kg/m}^2 \text{ s}$;
 ρ_w = densidade da água, $\approx 1000.0 \text{ kg/m}^3$;
 ρ_a = densidade do ar, kg/m^3 ;
 $v_i^{w,a}$ = taxa de fluxo de volume de água e ar na direção i através de uma secção unitária de solo, m/s ;
 V_0 = volume de referência, $V_0 = dx dy dz$, m^3 ;
 $M_{w,a}$ = massa de água e ar armazenada no elemento de solo infinitesimal, kg ;
 t = tempo, s ;
 q^{ih} = taxa de fluxo de calor na direção i através de uma secção unitária de solo, $\text{J}/(\text{m}^2 \text{ s})$;
 Q_h = calor armazenado no elemento de solo infinitesimal, J .

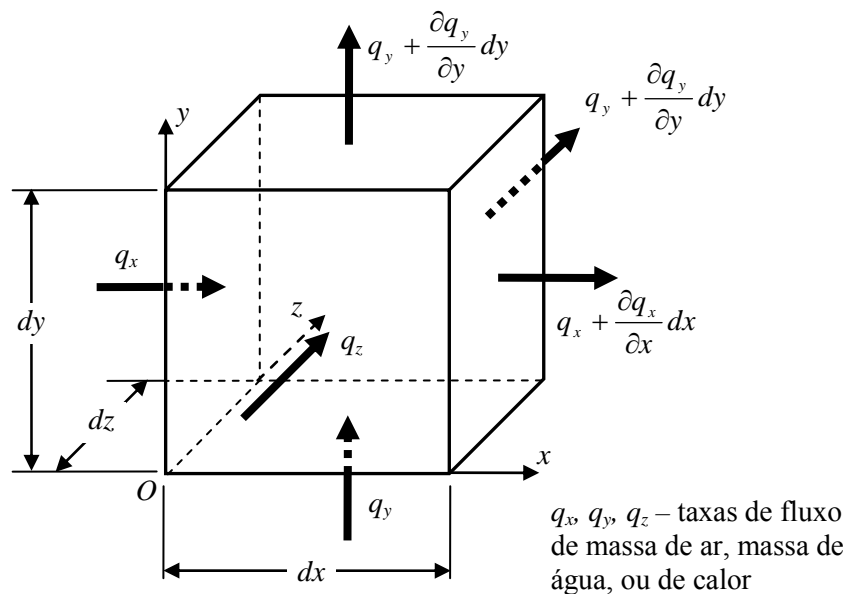


Figura 6 Elemento de solo infinitesimal representativo e componentes de fluxo, q , nas faces do elemento.

A taxa de fluxo total de água, v^w , é uma medida macroscópica da taxa de fluxo através do solo. Uma medida da velocidade de fluxo real para um solo saturado pode ser obtida dividindo v^w pela porosidade do solo ($n = V_v/V$). A taxa de fluxo total de água, v^w , pode ser dividida em fluxo de água líquida e fluxo de vapor de água, conforme será explicado mais a frente.

A velocidade média de fluxo de ar para um solo completamente seco pode ser obtida dividindo v^a pela porosidade do solo. A taxa de fluxo total de ar, v^a , pode ser dividida em fluxo de ar livre e fluxo de ar dissolvido na água. Os principais mecanismos de fluxo de ar, água e calor em solos não saturados serão descritos em detalhe mais a frente.

3. Leis constitutivas para o fluxo em solos não saturados

A modelagem do fluxo em solos não saturados requer relações constitutivas para a mudança de volume das fases ar e água e leis constitutivas para as taxas de fluxo de ar, água e calor. As relações constitutivas desenvolvidas devem ser combinadas com as leis de conservação de forma a produzir equações com soluções determináveis.

As relações constitutivas são geralmente estabelecidas com base na observação fenomenológica das relações entre as variáveis de estado. A maioria das relações constitutivas para solos não saturados é definida por meios de propriedades não lineares (i.e., são dependentes do estado de tensão e , notadamente, dependentes da sucção matricial).

3.1 Mudança de volume da fase água

A relação constitutiva para a quantidade de água armazenada nos poros do solo é normalmente dada em termos volumétricos. A compressibilidade da água é geralmente desprezada. As mudanças no volume de água armazenado nos poros do solo podem ser escritas como função de coeficientes de compressibilidade, m_1^w e m_2^w , ou como módulos, E_w e H_w , da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{dV_w}{V_0} &= m_1^w d(\sigma_{mean} - u_a) + m_2^w d(u_a - u_w) \\ &= \frac{3}{E_w} d(\sigma_{mean} - u_a) + \frac{1}{H_w} d(u_a - u_w) \end{aligned} \quad (5)$$

onde:

$$\begin{aligned} m_1^w &= \frac{S}{1 + e_0} \frac{de}{d(\sigma_{mean} - u_a)} + \frac{e}{1 + e_0} \frac{dS}{d(\sigma_{mean} - u_a)}; \\ m_2^w &= \frac{S}{1 + e_0} \frac{de}{d(u_a - u_w)} + \frac{e}{1 + e_0} \frac{dS}{d(u_a - u_w)}; \\ S &= \text{grau de saturação, } S = f(\sigma_{mean} - u_a, u_a - u_w); \\ e &= \text{índice de vazios, } e = f(\sigma_{mean} - u_a, u_a - u_w); \\ (\sigma_{mean} - u_a) &= \text{tensão líquida média}; \\ E_w &= 3/m_1^w; \\ H_w &= 1/m_2^w. \end{aligned}$$

A equação (5) é baseada na hipótese de que as mudanças no volume de água armazenada depende das mudanças no estado de tensão, definido pelas duas variáveis de tensão independentes. A utilização de superfícies de estado (i.e., funções tri-dimensionais dependentes de $\sigma_{mean} - u_a$ e $u_a - u_w$) para o índice de vazios e grau de saturação oferece um método eficiente para a obtenção dos módulos E_w e H_w . A superfície de estado de armazenagem de água, quando representada apenas como função da sucção matricial, é conhecida com a curva característica.

Propriedades histeréticas da curva característica, ou mais genericamente, das superfícies de estado, podem ser consideradas utilizando equações mais sofisticadas. No entanto, relações simplificadas que desprezam a histerese podem ser utilizadas para reproduzir situações em que as variações de estado de tensão são monotônicas. Gitirana Jr. (2005), por exemplo, sugeriu a utilização de curvas características “médias” para simular a interação entre solo e

atmosfera durante ciclos de variação atmosférica em que ocorre de forma alternada molhagem e secagem.

Sistemas acoplados de equações governantes fluxo de água são frequentemente escritos em termos de deslocamentos e poro-pressões. Variações de $(\sigma_{mean} - u_a)$ apresentadas na Eq. (5) podem ser escritas em termos de variações de $(u_a - u_w)$ e de deformações volumétricas, da seguinte forma:

$$\frac{dV_w^w}{V_0} = \beta_1^w d\varepsilon_v + \beta_2^w d(u_a - u_w) \quad (6)$$

onde:

$$\beta_1^w = \frac{m_1^w}{m_1^s} = \frac{E}{E_w(1-2\mu)}$$

$$\beta_2^w = m_2^w - \frac{m_1^w m_2^s}{m_1^s} = \frac{1}{H_w} - \frac{3}{E_w} \frac{E}{H(1-2\mu)}$$

A Eq. (6) resulta em uma transição contínua entre a condição saturada e a condição não saturada, contanto que coeficientes constitutivos apropriados são empregados. Conforme o solo se torna saturado, os efeitos das variações de sucção matricial e das variações da tensão líquida média se tornam iguais (i.e., $m_1^s = m_2^s = m_1^w = m_2^w$). Consequentemente, a Eq. (6) mostra que para condições saturadas as variações de volume de água armazenado são iguais às variações de índice de vazios.

3.2 Mudança de volume da fase ar

A caracterização do comportamento do solo em termos de mudança de volume da fase ar requer a determinação de duas das variáveis a seguir: V_a , M_a , and ρ_a . A fase ar é altamente compressível e sua densidade é dada pela equação a seguir:

$$\rho_a = \frac{M_a}{V_a} = \frac{W_a}{RT} \bar{u}_a \quad (7)$$

onde:

$$\rho_a = \text{densidade do ar, kg/m}^3;$$

$$W_a = \text{peso molecular do ar, 28.966 kg/kmol};$$

$$\bar{u}_a = \text{pressão total da fase ar, } u_a + u_{atm}, \text{ kPa};$$

$$u_a = \text{pressão de ar, kPa};$$

$$u_{atm} = \text{pressão atmosférica, 101.325 kPa};$$

Três medidas de variação de volume podem ser realizadas para um solo não saturado. São elas: a variação de volume de água, a variação de volume de ar e a variação de volume total do solo. A combinação de quaisquer duas das três medidas oferece uma descrição completa da mudança de volume das fases de um solo não saturado, uma vez e a mudança de volume total é igual à soma das mudanças de volume de água e ar.

Mudanças de volume de ar são mais difíceis de medir em laboratório do que as variações de

volume de água e de volume total. Desta forma, se tornou prática comum realizar medidas de variação de volume total e de volume de água. A variação de volume de ar por ser calculada de seguinte forma:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta V_a}{V_0} &= \frac{\Delta V_v}{V_o} - \frac{\Delta V_w}{V_o}(1 - H_c) \\ &= \Delta n(1 - \Delta S + H_c \Delta S)\end{aligned}\quad (8)$$

onde:

$$\begin{aligned}H_c &= \text{coeficiente de solubilidade volumétrica de Henry, } V_{ad}/V_w; \\ V_{ad} &= \text{volume de ar dissolvido na água.}\end{aligned}$$

Sob temperatura constante, o volume de ar dissolvido é um valor constante pra diferentes pressões. Dorsey (1940) apud Fredlund & Rahardjo (1993) apresentam valores de H_c para várias temperaturas. A densidade do ar dissolvido é considerada como sendo a mesma que a do ar livre, uma vez que ambos estão sob as mesmas condições de pressão e temperatura.

A relação constitutiva para variações de volume da fase ar pode ser obtida tomando-se a Eq. (8) e combinando-a com a relação constitutiva para a mudança de volume de água, Eq. (7):

$$\frac{dV_a}{V_0} = \beta_1^a d\varepsilon_v + \beta_2^a d(u_a - u_w) \quad (9)$$

onde:

$$\begin{aligned}\beta_1^a &= 1 - \beta_1^w(1 - H_c); \\ \beta_2^a &= -\beta_2^w(1 - H_c).\end{aligned}$$

A Eq. (9) mostra como as características de mudança de volume da fase ar podem ser diretamente obtidas a partir das características de variação de volume da fase água e da medida de variação de volume do esqueleto sólido.

3.3 Leis de fluxo

A Tabela 1 apresenta uma visão geral das leis de fluxo tradicionalmente utilizadas para modelar o fluxo em solos não saturados. As leis de fluxo estabelecem relações entre medidas de taxa de fluxo e gradientes de potenciais no espaço. Os potenciais podem se estabelecidos com base na análise da energia armazenada na fase (Bear, 1972). As várias equações de fluxo apresentadas na Tabela 1 apresentam formatos semelhantes, porém potenciais distintos.

A água e o ar do solo apresentam fases com características tanto miscíveis quanto imiscíveis. A fase ar pode fluir na forma de ar livre, na forma de ar dissolvido através da água, ou na forma de ar dissolvido carregado pela água em movimento. A fase água pode fluir na forma de água líquida, na forma de vapor de água em difusão através dos poros preenchidos de ar, ou na forma de vapor de água carregado pela fase ar em movimento.

Evaporação, por exemplo, não pode ser reproduzida sem a consideração do fluxo de vapor de água (Wilson et al., 1994). De forma similar, o fluxo de ar que ocorre através de cerâmicas de

alto valor de entrada de ar, mesmo estando estas na condição saturada, não pode ser compreendido sem a consideração do movimento de ar dissolvido através da fase líquida (Fredlund & Rahardjo, 1993).

As sessões a seguir apresentarão uma descrição concisa das leis de fluxo apresentadas na Tabela 1. Todas as leis de flux apresentadas foram escritas para a direção y (i.e., a direção correspondente à direção da gravidade) e considerando condições isotrópicas. Equações similares podem ser escritas para as direções x e z , utilizando os gradientes apropriados. Anisotropia pode ser facilmente incorporada às equações de fluxo por meio de elipsóides de condutividade. Estes elipsóides podem ser definidos por uma razão de anisotropia e pela direção principal de permeabilidade, conforme mostram Bear (1972) e Freeze & Cherry (1979).

Tabela 1 – Visão geral dos tipos de fluxo em solos não saturados.

Tipo de fluxo (1)	Mecanismo de fluxo (2)	Potencial (3)	Lei de fluxo (4)
Fluxo de água, v^w	Água líquida, v^{wl}	Carga hidráulica, h (m)	Lei de Darcy
	Difusão de vapor de água, v^{vd}	Concentração de massa de vapor por unidade e volume de solo, C_v (kg/m ³)	Lei de Fick modificada
	Vapor de água movido pelo fluxo de ar total, v^{va}	Concentração de massa de ar por unidade e volume de solo, C_a (kg/m ³)	Lei de Fick modificada
Fluxo inter-fases de líquido e vapor	Equilíbrio termodinâmico	--- (*)	Equação de Kelvin
Fluxo de ar, v^a	Ar livre, v^{af}	Concentração de massa de ar por unidade e volume de solo, C_a (kg/m ³)	Lei de Fick modificada
	Difusão de ar dissolvido, v^{ad}	Concentração de massa de ar dissolvido por unidade e volume de solo, C_{ad} (kg/m ³)	Lei de Fick modificada
	Ar dissolvido movido pelo fluxo total de água líquida, v^{aa}	Carga hidráulica, h (m)	Lei de Darcy
Fluxo de calor, q^h	Calor por condução, q^c	Temperatura, T (°C)	Lei de Fourier
	Calor latente	--- (*)	Fluxo inter-fases de líquido e vapor

(*) considerando equilíbrio termodinâmico local; função da taxa de fluxo de vapor.

3.3.1 Fluxo de água líquida

A taxa de fluxo de água líquida em solos não saturados pode ser descrita utilizando uma generalização da lei de Darcy, onde o potencial é o gradiente de carga hidráulica e onde a

condutividade hidráulica varia com a sucção matricial, $(u_a - u_w)$. A lei de Darcy generalizada pode ser escrita da seguinte forma:

$$v_y^{wl} = -k^w \frac{\partial h}{\partial y} \quad (10)$$

onde:

$$\begin{aligned} v_y^{wl} &= \text{taxa de fluxo de água líquida na direção } y \text{ através de uma secção de} \\ &\text{ solo unitária, devido a um gradiente de carga hidráulica, m/s;} \\ k^w &= \text{condutividade hidráulica, } k^w = f(u_a - u_w), \text{ m/s;} \\ h &= \text{carga hidráulica, m;} \\ h &= \frac{u_w}{\gamma_w} + y ; \\ u_w &= \text{poro-pressão de água, kPa;} \\ \gamma_w &= \text{peso específico da água, } \approx 9.81 \text{ kN/m}^3; \\ y &= \text{elevação, m.} \end{aligned}$$

A função de condutividade hidráulica (i.e., a função que representa os valores de k^w em função da sucção matricial) pode ser obtida experimentalmente utilizando ensaios de laboratório e campo. A função pode ser obtida também por meio de técnicas aproximadas de estimativa, utilizando o valor da condutividade hidráulica na condição saturada e utilizando a curva característica (Fredlund et al., 1994). A utilização de uma função de permeabilidade constante permite uma transição contínua entre a condição saturada e a condição não saturada.

3.3.2 Fluxo de vapor de água

O fluxo de vapor de água no solo ocorre por meio de dois mecanismos. O vapor de água pode fluir independentemente da fase ar, devido à gradientes de concentração de vapor. Este fluxo pode ocorrer mesmo que a fase ar esteja em repouso. Além disso, o vapor de água pode ser carregado pela fase ar, quando esta está em movimento. Este fluxo pode ser devido a gradientes de poro-pressão de ar. A soma dos dois componentes de fluxo resulta no fluxo total de vapor, v^v .

A taxa de fluxo de vapor de água devido à gradientes de concentração de vapor pode ser descrita utilizando uma forma modificada da lei de Fick (Philip & de Vries, 1957 e Dakshanamurthy & Fredlund, 1981):

$$\begin{aligned} v_y^{vd} &= -\frac{D^v}{\rho_w} \frac{\partial C_v}{\partial y} \\ &= -\frac{D^v}{\rho_w} \frac{\partial C_v}{\partial p_v} \frac{\partial p_v}{\partial y} = -\frac{D^{v*}}{\rho_w} \frac{\partial p_v}{\partial y} \end{aligned} \quad (11)$$

onde:

$$\begin{aligned} v_y^{vd} &= \text{taxa de fluxo de vapor de água na direção } y \text{ através de uma secção de} \\ &\text{ solo unitária, devido a gradientes de concentração de vapor, m/s;} \\ D^v &= \text{difusividade molecular de vapor através do solo, m}^2/\text{s;} \\ \rho_w &= \text{densidade da água, } \approx 1000.0 \text{ kg/m}^3; \end{aligned}$$

- C_v = concentração de vapor de água em termos de massa de vapor de água por unidade de volume de solo, $C_v = \rho_v(1 - S)n$, kg/m³;
 ρ_v = densidade do vapor de água, $\rho_v = W_v p_v / (RT)$, kg/m³;
 W_v = peso molecular do vapor de água, 18.016 kg/kmol;
 p_v = pressão parcial do vapor de água, kPa;
 R = constante universal dos gases, 8.314 J/(mol.K);
 T = temperatura, K;
 S = grau de saturação, $S = V_w / V_v$;
 n = porosidade, $n = V_v / V_0$;
 V_w, V_v = volume de água e vazios no volume infinitesimal representativo, respectivamente, m³;
 D^{v*} = $(1 - S)nD^v W_v / RT$, (kg.m)/(kN.s).

As propriedades D^v e D^{v*} podem ser medidas diretamente ou estimadas utilizando o valor da difusividade molecular do vapor através do ar, dado por $0.229 \times 10^{-4} (1 + T/273.15)^{1.75}$ m²/s (Kimball et al., 1976), e combinando este valor com um fator de tortuosidade. Ebrahimi-B et al. (2004) apresentam um resumo de funções para o coeficiente de tortuosidade propostos por diversos autores e mostram que a maioria das funções existentes apresenta valores similares para as faixas de sucção matricial em que o fluxo de vapor predomina.

A taxa de fluxo de vapor de água carregado pelo fluxo de ar também pode ser descrita por uma forma modificada da lei de Fick (Philip & de Vries, 1957 e Dakshanamurthy & Fredlund, 1981). A fração ρ_v / ρ_a é utilizada de forma e se obter a fração de vapor de água presente no ar:

$$\begin{aligned}
 v_y^{va} &= - \frac{\rho_v}{\rho_a} \frac{D^a}{\rho_w} \frac{\partial C_a}{\partial y} \\
 &= - \frac{\rho_v}{\rho_a} \frac{D^a}{\rho_w} \frac{\partial C_a}{\partial \bar{u}_a} \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial y} = - \frac{\rho_v}{\rho_a} \frac{D^{a*}}{\rho_w} \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{12}$$

onde:

- v_y^{va} = taxa de fluxo de vapor de água na direção y através de uma secção unitária de solo, devido ao fluxo de ar, m/s;
 ρ_a = densidade do ar, $\rho_a = W_a \bar{u}_a / (RT)$, kg/m³;
 D^a = coeficiente de transmissão de ar, m²/s;
 C_a = concentração de ar em termos de massa de vapor por unidade de volume de solo, $C_a = \rho_a(1 - S)n$;
 D^{a*} = $(1 - S)nD^a W_a / RT$, (kg.m)/(kN.s).

As propriedades D^a e D^{a*} podem ser medidas de forma direta ou estimadas utilizando a mesma abordagem descrita para D^v e D^{v*} . O fluxo total de vapor de água é obtido somando os valores de v_y^{vd} e v_y^{va} , que são dados pelas Eqs. (11) e (12). Tomando-se a soma dos dois componentes de fluxo de vapor e desprezando gradientes de pressão atmosférica, obtém-se a seguinte equação:

$$v_y^v = v_y^{vd} + v_y^{va} = - \frac{D^{v*}}{\rho_w} \frac{\partial p_v}{\partial y} - \frac{\rho_v}{\rho_a} \frac{D^{a*}}{\rho_w} \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial y} \tag{13}$$

3.3.3 Transferência entre a água líquida e o vapor de água

Condições de equilíbrio termodinâmico local podem ser assumidas entre a água líquida e o vapor de água em qualquer momento e em qualquer ponto de uma massa de solo. Esta hipótese significa que uma variação em qualquer das variáveis de estado (pressão parcial de vapor, p_v , temperatura, T , ou potencial total da água líquida, ψ), resulta em uma variação imediata das outras duas variáveis em direção à uma condição de equilíbrio do sistema líquido-vapor.

A hipótese de equilíbrio termodinâmico local permite a quantificação da transferência de massa entre os estado líquido e gasoso. A relação apresentada a seguir, conhecida como Equação de Kelvin, pode ser obtida considerando-se o equilíbrio termodinâmico local (Edlefsen & Anderson, 1943):

$$p_v = p_{vsat} e^{\frac{-\psi W_v}{\rho_w R(T+273.15)}} \quad (14)$$

onde:

- p_{vsat} = pressão de saturação de vapor de água na temperatura T , kPa;
- ψ = sucção total, kPa;
- W_v = peso molecular da água, 18.016 kg/kmol;
- ρ_w = densidade da água, $\approx 1000 \text{ kg/m}^3$;
- R = constante universal dos gases, 8.314 J/(mol.K);
- T = temperatura, °C.

Valores de pressão de saturação de vapor de água, p_{vsat} , são bem conhecidos e dependem principalmente da temperatura (i.e., curva de vaporização). A Eq. (14) mostra que quando $\psi = 0$, a pressão parcial de vapor de água é igual à pressão de saturação de vapor de água. A Eq. (14) mostra também que quanto $\psi \cong 1 \times 10^6$ kPa, a pressão parcial de vapor de água é igual à zero. Variações de p_v devido à mudanças em ψ para qualquer valor fixo de temperatura são negligenciáveis quando $\psi < 1500$ kPa. Desta forma, a utilização de curvas características em que dados de sucção matricial baixos (< 1500 kPa) são combinados com dados de sucção total para sucções elevadas (Fredlund, 2002), não interfere de forma significativa no cálculo de p_v utilizando a Eq. (14).

Será mostrado mais a frente que é conveniente substituir os gradientes de p_v na Eq. (13) por gradientes de sucção, ψ , e temperatura, T . A relação entre os gradientes de p_v e os gradientes das duas demais variáveis, ψ e T , pode ser determinada tomando a derivada da Eq. (14), utilizando a regra da cadeia:

$$\frac{\partial p_v}{\partial y} = \frac{W_v p_v}{\rho_w R(T + 273.15)} \left(\frac{\psi}{(T + 273.15)} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \quad (15)$$

Curvas características “híbridas” são frequentemente utilizadas, combinando valores de sucção matricial procedentes de ensaios utilizando cerâmicas de alto valor de entrada de ar (i.e., valores inferiores a 1500 kPa) e valores de sucção total (geralmente superior a 1500 kPa) procedentes de ensaios de determinação indireta (e.g., técnica do papel filtro) ou técnicas baseadas em transferência de umidade por equilíbrio de vapor. Para se tornar as Eqs. (14) e (15) consistentes com curvas características “híbridas”, o potencial da água, ψ , nas Eqs. (14) e

(15) pode ser assumido como igual à sucção (seja ela matricial ou total) que é obtida da curva característica híbrida.

Desta forma, o termo ψ corresponde à sucção total quando os valores de ψ são maiores que 1500 kPa e à sucção matricial quando os valores de ψ são inferiores a 1500 kPa. Assumindo-se que o efeito da pressão de água pode ser negligenciado no cálculo de pressões de vapor de água, e substituindo o termo ψ por $(-u_w)$, a Eq. (15) pode ser re-escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial p_v}{\partial y} = \frac{W_v p_v}{\rho_w R(T + 273.15)} \left(\frac{\partial u_w}{\partial y} - \frac{u_w}{(T + 273.15)} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (16)$$

A equação a seguir é obtida combinando as Eqs. (16) e (13):

$$v_y^v = v_y^{vd} + v_y^{va} = -\frac{k^{vd}}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial y} + \frac{k^{vd}}{\gamma_w} \frac{u_w}{(T + 273.15)} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{k^{va}}{\gamma_a} \frac{\partial u_a}{\partial y} \quad (17)$$

onde:

k^{vd} = condutividade ao vapor de água correspondente à difusão de vapor através da fase ar;

$$k^{vd} = \gamma_w \frac{W_v p_v}{\rho_w R(T + 273.15)} \frac{D^{v*}}{\rho_w}, \text{ m/s};$$

k^{va} = condutividade ao vapor de água correspondente ao carreamento de vapor pela fase ar em movimento;

$$k^{va} = \gamma_a \frac{\rho_v}{\rho_a} \frac{D^{a*}}{\rho_w}, \text{ m/s};$$

γ_w = peso específico da água, kN/m³;

γ_a = peso específico do ar, kN/m³.

3.3.4 Fluxo de ar seco

O fluxo de ar seco ocorre por meio de dois mecanismos principais. O ar pode fluir na forma de ar livre, devido à gradientes de concentração de ar. Além disso, o ar pode fluir através da água líquida do solo, na forma de ar dissolvido. O ar dissolvido pode se mover devido ao movimento da própria água (i.e., advecção) ou devido ao fluxo por advecção, que pode ocorrer mesmo quando a água esteja em repouso e é devido à gradientes de concentração de ar.

O fluxo de massa de ar pode ser descrito por uma forma modificada da lei de Fick:

$$\begin{aligned} v_y^{af} &= -\frac{D^a}{\rho_a} \frac{\partial C_a}{\partial y} \\ &= -\frac{D^a}{\rho_a} \frac{\partial C_a}{\partial \bar{u}_a} \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial y} = -\frac{D^{a*}}{\rho_a} \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial y} \end{aligned} \quad (18)$$

onde:

$$\begin{aligned}
v_y^{va} &= \text{taxa de fluxo de ar na direção } y \text{ através de uma secção unitária de solo, devido à gradientes de concentração de ar, m/s;} \\
D^a &= \text{coeficiente de transmissão de ar, m}^2/\text{s;} \\
\rho_a &= \text{densidade da fase ar, } \rho_a = W_a \bar{u}_a / (RT), \text{ kg/m}^3; \\
C_a &= \text{concentração de ar em termos de massa de ar por volume unitário de solo, } C_a = \rho_a (1 - S)n; \\
D^{a*} &= (1 - S)nD^a W_a / RT, \text{ (kg.m)/(kN.s)}.
\end{aligned}$$

Todas as variáveis e propriedades apresentadas na Eq. (18) foram definidas anteriormente. A propriedades D^a e D^{a*} podem ser medidas de forma direta ou estimadas utilizando a mesma abordagem descrita acima, para D^v e D^{v*} , utilizando um coeficiente de tortuosidade.

O fluxo de ar dissolvido devido à gradientes de concentração de ar também pode ser descrito utilizando uma forma modificada da lei de Fick:

$$\begin{aligned}
v_y^{ad} &= -\frac{D^{ad}}{\rho_a} \frac{\partial C_{ad}}{\partial y} \\
&= -\frac{D^{ad}}{\rho_a} \frac{\partial C_{ad}}{\partial \bar{u}_a} \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial y} = -\frac{D^{ad*}}{\rho_a} \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial y}
\end{aligned} \tag{19}$$

onde:

$$\begin{aligned}
v_y^{ad} &= \text{taxa de fluxo de ar dissolvido na direção } y \text{ através de uma secção unitária de solo devido à gradientes de concentração de ar, m/s.} \\
D^{ad} &= \text{difusividade molecular do ar dissolvido através da água, m}^2/\text{s;} \\
C_{ad} &= \text{concentração de ar dissolvido em termos de massa por unidade de volume de solo, } C_{ad} = \rho_a S n H_c; \\
D^{ad*} &= n S H_c D^{ad} W_a / RT, \text{ (kg.m)/(kN.s)}.
\end{aligned}$$

Os valores de D^{ad*} podem ser diretamente medidos ou estimados. Uma coleção de valores de D^{ad} e H_c encontrados na literatura foi apresentada por Fredlund & Rahardjo (1993). Conforme o solo passa da condição saturada para a condição não saturada, a difusão de ar dissolvido na fase água diminui e se torna insignificante em relação à quantidade de fluxo de ar livre. A diminuição de v^{ad} devido à desaturação pode ser considerada por meio da consideração de um coeficiente de tortuosidade.

O fluxo de ar dissolvido que é carregado pelo fluxo de água (i.e., advecção) pode ser descrito pela lei de Darcy, considerando a quantidade de ar dissolvido na água:

$$v_y^{aa} = -H_c k^w \frac{\partial h}{\partial y} \tag{20}$$

onde:

$$v_y^{aa} = \text{taxa de fluxo de ar dissolvido na água na direção } y \text{ através de uma secção unitária de solo, devido ao fluxo de água líquida, m/s.}$$

O fluxo total de ar é obtido fazendo a somatória dos três mecanismos de fluxo dados pelas Eqs. (18), (19) e (20):

$$v_y^a = v_y^{af} + v_y^{ad} + v_y^{aa} = -\frac{k^a}{\gamma_a} \frac{\partial u_a}{\partial y} - \frac{k^{ad}}{\gamma_a} \frac{\partial u_a}{\partial y} - H_c k^w \frac{\partial h}{\partial y} \quad (21)$$

onde:

$$\begin{aligned} k^a &= \text{condutividade ao ar;} \\ k^a &= \gamma_a \frac{D^{a*}}{\rho_a}, \text{ m/s;} \\ k^{ad} &= \text{condutividade ao ar correspondente à difusão através da fase líquida;} \\ k^{ad} &= \gamma_a \frac{D^{ad*}}{\bar{u}_a}, \text{ m/s;} \\ \gamma_a &= \text{peso específico do ar, kN/m}^3. \end{aligned}$$

A Eq. (21) permite uma transição contínua entre a condição não saturada e a condição saturada. Conforme a sucção diminui, o solo se torna saturado e k^a diminui gradualmente, eventualmente atingindo o valor zero, para a condição completamente saturada. No entanto, o fluxo de ar não é completamente interrompido em condições não saturadas, uma vez que a difusão e o carreamento de ar dissolvido persistem.

3.3.5 Fluxo de calor por condução

A transferência de calor em solos pode ocorrer por meio de três mecanismos: condução, convecção e calor latente devido à mudança de fase. O fluxo de calor por convecção dos fluidos através dos poros de solo é consideravelmente menor que o fluxo por convecção (Milly, 1984) e por isso é geralmente desprezado. Mudanças de fase podem ocorrer de várias formas e as mudanças de maior interesse são a vaporização e a condensação.

O fluxo por condução, q_i^c , pode ser representado como uma função da condutividade térmica do solo e como função do gradiente de temperatura, da seguinte maneira:

$$q_y^c = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \quad (22)$$

onde:

$$\begin{aligned} q_y^c &= \text{taxa de fluxo de calor na direção } y \text{ através de uma secção unitária de} \\ &\quad \text{solo, devido ao fluxo por condução, J/s;} \\ T &= \text{temperatura, } ^\circ\text{C;} \\ \lambda &= \text{condutividade térmica, } \lambda = f(u_a - u_w), \text{ J/(m s } ^\circ\text{C)}. \end{aligned}$$

O fluxo de calor por convecção pode ser obtido multiplicando o calor latente de vaporização/condensação, L_v , pela quantidade de fluxo de vapor, dada pela Eq. (17).

4. Equações diferenciais parciais

As teorias apresentadas nos itens anteriores consideram tanto equações fundamentais, tais como as equações de conservação de massa e calor, quanto equações constitutiva baseadas em propriedades mensuráveis. Estas equações, quando combinadas de forma apropriada,

produzem sistemas de equações diferenciais parciais que podem ser utilizados na análise de fluxo em solos não saturados. Esta sessão apresentará as equações diferenciais parciais que governam os diversos tipos de fluxo em solos não saturados.

4.1 Fluxo de água

A equação diferencial parcial que governa a conservação e o fluxo de água (tanto líquida quanto como vapor) é obtida combinando a equação de conservação de massa de água, Eq. (2), as leis de fluxo dadas pelas Eqs. (10) e (17) e relações constitutivas para o volume de água armazenado, dada pela Eq. (6). Considerando-se um volume de referência, V_0 , constante e a água líquida incompressível, a equação a seguir é obtida:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} \left[k^w \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_w}{\gamma_w} + y \right) + \frac{k^{vd}}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial x} - \frac{k^{vd}}{\gamma_w} \frac{u_w}{(T + 273.15)} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{k^{va}}{\gamma_a} \frac{\partial u_a}{\partial x} \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial y} \left[k^w \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u_w}{\gamma_w} + y \right) + \frac{k^{vd}}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial y} - \frac{k^{vd}}{\gamma_w} \frac{u_w}{(T + 273.15)} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{k^{va}}{\gamma_a} \frac{\partial u_a}{\partial y} \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \left[k^w \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_w}{\gamma_w} + y \right) + \frac{k^{vd}}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial z} - \frac{k^{vd}}{\gamma_w} \frac{u_w}{(T + 273.15)} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{k^{va}}{\gamma_a} \frac{\partial u_a}{\partial z} \right] \\
& = \beta_1^w \frac{d\varepsilon_v}{dt} + \beta_2^w \frac{d(u_a - u_w)}{dt}
\end{aligned} \tag{23}$$

A Eq. (23) mostra que o fluxo e a armazenagem de água em solos saturados/não saturados é uma função de quatro variáveis principais: ε_v , u_w , u_a , e T . Desta forma, equações diferenciais adicionais são necessárias para que o sistema seja determinado. Estas equações são as três equações de equilíbrio/tensão-deformação, a equação diferencial para fluxo de ar e a equação diferencial para fluxo de calor. A solução simultânea de duas ou mais equações diferenciais governando fenômenos distintos é conhecida com uma “solução acoplada”. Um exemplo clássico de solução acoplada é a combinação das equações de equilíbrio e de fluxo de água para a análise do adensamento de solos saturados. Os sistemas acoplados apresentados aqui são mais complexos uma vez que se trata do comportamento de solos não saturados, um sistema tetra-fásico. Pereira (1996) apresenta uma discussão detalhada sobre a solução acoplada de fluxo e equilíbrio em solos não saturados.

É importante ter em mente que a Eq. (23) pode ser consideravelmente simplificada, considerando condições particulares do caso mais geral. Por exemplo, o fluxo bi-dimensional, isotérmico, considerando a fase ar em livre contato com a atmosférica e desprezando mudanças de volume total, pode ser analisado utilizando a equação a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k^w \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_w}{\gamma_w} + y \right) + \frac{k^{vd}}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k^w \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u_w}{\gamma_w} + y \right) + \frac{k^{vd}}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial y} \right] = \beta_2^w \frac{d(u_a - u_w)}{dt} \tag{24}$$

A Eq. (24) não requer uma solução acoplada, uma vez que a única variável a ser solucionada é a poro-pressão de água. A diferença entre a Eq. (24) e a equação tradicionalmente utilizada por programas comerciais de análise de fluxo de água (i.e., percolação) é que esta equação considera o fluxo de vapor e os programas comerciais geralmente não oferecem este tipo de

opção, sendo portanto inadequados para a solução de problemas que envolvam a interação solo-atmosfera e períodos de evaporação.

Cinco propriedades não lineares podem ser identificadas na Eq. (23): a condutividade hidráulica, a condutividade ao vapor, o coeficiente de advecção de vapor, o coeficiente de mudança de volume total e a derivada da curva característica. Estas propriedades não lineares variam de acordo com a sucção do solo e, portanto, tornam a equação diferencial fisicamente não linear.

Vários tipos de condições de fronteira podem ser aplicados à Eq. (23). A integração por partes das derivadas de segunda ordem resulta em uma integral de superfície que corresponde à condição de fronteira *natural* (ou de *Neumann*). A condição de fronteira *natural* associada com a Eq. (23) corresponde ao fluxo total de água normal na fronteira. É importante compreender que a condição de fronteira natural associada com a Eq. (23) não faz distinção entre os tipos de fluxo (i.e., seja o fluxo de água líquida ou de vapor de água). A determinação da quantidade de fluxo líquido não é necessária para a aplicação de uma condição de fronteira *natural*. De qualquer forma, as parcelas de fluxo líquido e gasoso podem ser determinadas em função da solução obtida para poro-pressões de água, ar e da temperatura. Outro tipo de condição de fronteira natural que pode ser aplicado à Eq. (23) corresponde à valores pré-determinados (i.e., impostos) de poro-pressão de água (i.e., condição de fronteira *essencial* ou de *Dirichlet*).

Condições de fronteira mais sofisticadas são necessárias para a reprodução do comportamento na interface solo-atmosfera. As formulações matemáticas dos fluxos entre o solo e a atmosfera, tais como a infiltração, o runoff e a evaporação, são baseadas em modificações das condições de fronteira *natural* e *essencial*. Estes tipos especiais de condições de fronteira são abordados em uma próxima sessão deste capítulo.

A equação diferencial parcial que governa o fluxo de água é formada por três derivadas parciais principais, correspondentes ao fluxo em cada uma das três direções, x , y , e z . A presença destas derivadas parciais principais é resultado da hipótese de que a taxa de fluxo de água através do elemento infinitesimal é distribuída de forma contínua no espaço.

A Eq. (23) reproduz uma transição contínua entre a condição saturada e a condição não saturada. Conforme a sucção matricial se reduz e se aproxima de zero, β_1^w se torna igual à 1 e β_2^w se torna igual à zero. Em outras palavras, conforme o solo satura, as variações de quantidade de água armazenada passam a ser função apenas das mudanças de volume total. Os componentes de deslocamento (i.e., u , v , e w) são necessários para a determinação de variações de volume que resultam em variações no volume de poros disponível para armazenagem.

As propriedades de fluxo de água devem também permitir a reprodução de uma transição contínua entre a condição não saturada e a condição completamente seca. A Fig. 7 apresenta a forma como esta transição contínua é obtida, por meio do uso de propriedades não lineares com significado físico coerente. O solo seco apresenta uma condutividade hidráulica desprezível e quase todo o fluxo de água se dá por meio de fluxo de vapor de água. Conforme a sucção do solo diminui, a condutividade hidráulica aumenta e se torna, eventualmente, maior que a condutividade ao vapor. Uma continuação da diminuição de sucção do solo produz condutividades hidráulicas cada vez maiores e condutividades ao vapor reduzidas, uma vez que os espaços disponíveis para fluxo de vapor se tornam escassos. Eventualmente,

a condutividade hidráulica do solo se torna igual à condutividade do solo saturado.

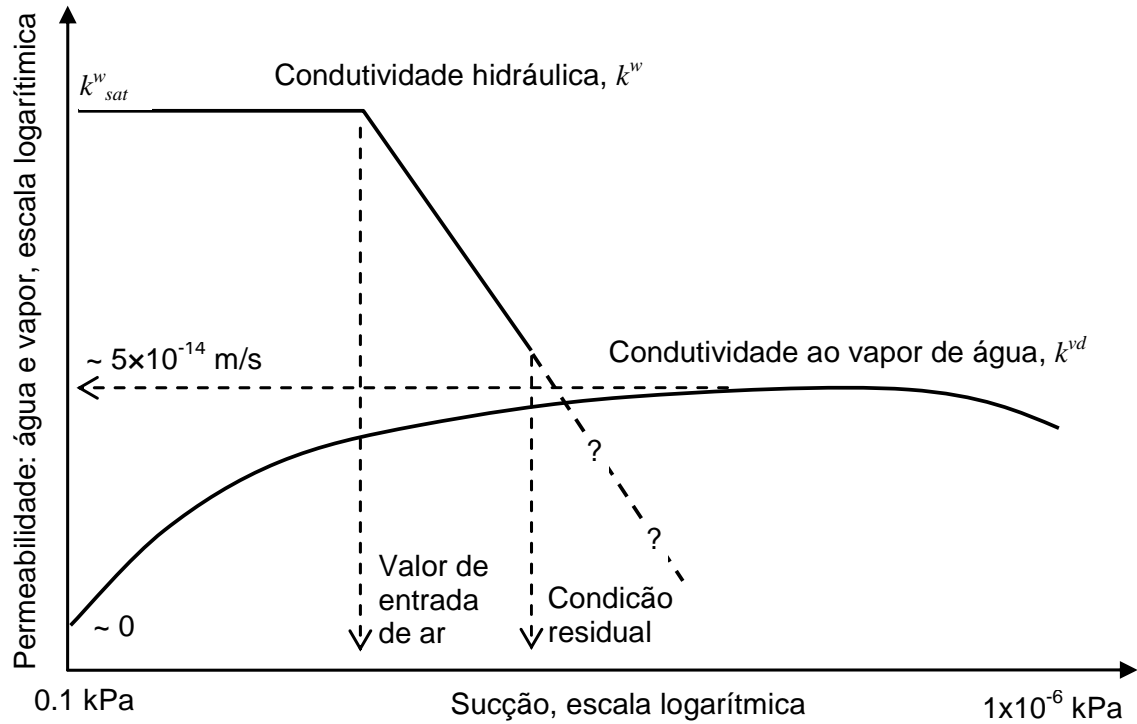


Figura 7 Funções de permeabilidade para a fase água: água líquida e vapor de água.

4.1 Fluxo de ar

A equação diferencial que governa a conservação e fluxo de ar em solos saturados/não saturados pode ser obtida combinando as leis de fluxo de ar, Eq. (21), relações constitutivas para o volume de ar armazenado e a equação de continuidade de ar, dada pela Eq. (3). Considerando-se um volume de referência constante, V_0 , a seguinte equação é obtida:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k^a}{g} \frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{k^{ad}}{g} \frac{\partial u_a}{\partial x} + \rho_a H_c k^w \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_w}{\gamma_w} + y \right) \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{k^a}{g} \frac{\partial u_a}{\partial y} + \frac{k^{ad}}{g} \frac{\partial u_a}{\partial y} + \rho_a H_c k^w \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u_w}{\gamma_w} + y \right) \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k^a}{g} \frac{\partial u_a}{\partial z} + \frac{k^{ad}}{g} \frac{\partial u_a}{\partial z} + \rho_a H_c k^w \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_w}{\gamma_w} + y \right) \right] \\
 & = \frac{W_a}{RT} \bar{u}_a \beta_1^a \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{W_a}{RT} \bar{u}_a \beta_2^a \frac{\partial (u_a - u_w)}{\partial t} + (1 - S + H_c S) n \frac{W_a}{RT} \frac{\partial u_a}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{25}$$

A Eq. (25) mostra que o fluxo e o armazenamento de ar em solos saturados/não saturados é uma função de quatro variáveis principais: ε_v , u_w , u_a e T . Desta forma, equações diferenciais adicionais são necessárias para que um sistema de equações determinado seja obtido. Da mesma forma que para a equação diferencial para fluxo de água, a Eq. (25) pode ser

solucionada tanto considerando sistemas acoplados quanto considerando condições particular, simplificadas.

Cinco propriedades podem ser identificadas na Eq. (25): a condutividade ao ar, a condutividade do ar dissolvido correspondente à difusão, a condutividade hidráulica, os coeficientes de variação de volume de ar e a curva característica. Estas propriedades variam com a sucção e, portanto, a equação diferencial é fisicamente não linear.

Vários tipos de condições de fronteira podem ser aplicados à Eq. (25) e a maioria é similar às condições de fronteira aplicadas à equação diferencial para o fluxo de água. A integração por partes das derivadas de segunda ordem resulta em uma integral de superfície que corresponde à uma condição de fronteira *natural*. A condição de fronteira *natural* associada à Eq. (25) corresponde ao fluxo total de ar que atravessa a fronteira. Novamente, a condição de fronteira natural não faz distinção entre o tipo de fluxo (i.e., seja fluxo de ar livre ou fluxo de ar dissolvido). O outro tipo de condição de fronteira que pode ser aplicado à Eq. (25) corresponde à poro-pressões de ar pré-estabelecidas, ou impostas (i.e., condição de fronteira *essencial*).

A Eq. (25) também oferece uma transição contínua entre a condição saturada e a condição não saturada. Conforme a sucção reduz e se aproxima de zero, β_1^a se torna igual à H_c e β_2^a e torna igual à zero. Ou seja, conforme o solo se torna saturado, as variações de ar armazenado se tornam uma função exclusiva das variações de volume total e é dado pela quantidade de ar dissolvido na água. Além disso, deve existir uma transição contínua entre a condição não saturada e a condição completamente seca. O solo seco apresenta condutividade ao ar relativamente elevada. Conforme a sucção é reduzida, a condutividade ao ar diminui (os vazios disponíveis para fluxo de ar são reduzidos) e eventualmente pode ser tornar desprezível. No entanto, fluxo de ar persiste na forma de fluxo de ar dissolvido.

4.1 Fluxo de calor

A equação diferencial parcial que governa a conservação e o transporte de calor em solos pode ser obtida combinando a equação diferencial de conservação de calor, Eq. (4) e as equações de fluxo de calor, onde tem-se a Eq. (17) multiplicada por L_v e a Eq. (22). Além disso, a quantidade total de fluxo de calor em um elemento infinitesimal representativo deve ser expressa em função do calor específico volumétrico do solo. Desta forma, obtêm-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\lambda - L_v k^{vd} \frac{\rho_w}{\gamma_w} \frac{u_w}{T + 273.15} \right) \frac{\partial T}{\partial x} + L_v k^{vd} \frac{\rho_w}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial x} + L_v k^{va} \frac{\rho_w}{\gamma_a} \frac{\partial u_a}{\partial x} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\lambda - L_v k^{vd} \frac{\rho_w}{\gamma_w} \frac{u_w}{T + 273.15} \right) \frac{\partial T}{\partial y} + L_v k^{vd} \frac{\rho_w}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial y} + L_v k^{va} \frac{\rho_w}{\gamma_a} \frac{\partial u_a}{\partial y} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\lambda - L_v k^{vd} \frac{\rho_w}{\gamma_w} \frac{u_w}{T + 273.15} \right) \frac{\partial T}{\partial z} + L_v k^{vd} \frac{\rho_w}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial z} + L_v k^{va} \frac{\rho_w}{\gamma_a} \frac{\partial u_a}{\partial z} \right] \\ & = \zeta \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \tag{26}$$

onde:

$$\begin{aligned} L_V &= \text{calor latente de vaporização/condensação, } 4.187 \times 10^3 \times (591 - 0.51 \times T), \\ &\text{J/kg;} \\ \zeta &= \text{calor específico volumétrico do solo, } \zeta = \gamma_{nat} c = f(u_a - u_w), \text{ J/(m}^3 \text{ } ^\circ\text{C)}. \end{aligned}$$

A Eq. (26) mostra que o fluxo e o armazenamento de calor em um solo saturado/não saturado é função de três variáveis primárias: u_w , u_a , e T . A variação de volume de cada fase do solo não aparece de forma explícita, na forma de variáveis, porém afeta as propriedades do solo, tais como a condutividade térmica e o calor específico volumétrico. Quatro propriedades não lineares podem ser identificadas na Eq. (26): a condutividade térmica, a condutividade ao vapor (correspondente à difusão), a condutividade ao vapor por advecção e o calor específico volumétrico. Estas propriedades variam com a sucção e, portanto, tornam a equação diferencial governante fisicamente não linear.

Várias condições de fronteira podem ser aplicadas à Eq. (26). A integração por partes das derivadas de segunda ordem produz as condições de fronteira *naturais* que correspondem ao fluxo total de calor através da fronteira. Da mesma forma que para as equações diferenciais que governam o fluxo de água e ar, a condição de fronteira natural associada com a Eq. (26) não faz distinção entre o tipo de fluxo. O outro tipo de condição de fronteira que pode ser aplicado à Eq. (26) corresponde à valores pré-determinados, impostos, de temperatura (i.e., condição de fronteira *essencial*).

5. Interação solo-atmosfera

As equações diferenciais parciais que governam a conservação de massa e calor em solos não saturados requerem condições de fronteira especiais para a representação da interação entre o solo de superfície e a atmosfera. As condições de fronteira solo-atmosfera são particularmente relevantes quando se considera a aplicação da teoria de fluxo em solos não saturados à problemas de erosão, em que o que se procura entender é a resposta do solo superficial às condições atmosféricas.

O fluxo total de água na interface solo-atmosfera é função da precipitação, evaporação real, runoff, das condições de poro-pressão na superfície do solo e das condições e propriedades de fluxo internas do solo. O fluxo de ar depende, principalmente, da resposta do solo em termos de fluxo de água, pois é a parcela não preenchida por água que permitirá o fluxo de ar. O fluxo de calor na interface solo-atmosfera depende da radiação total líquida disponível na superfície do solo e depende do calor latente de vaporização. Formulações apropriadas para representar todas estas condições de fronteira serão apresentadas nas próximas sessões.

5.1 Fluxo de água entre o solo e a atmosfera

O fluxo total entre o solo e a atmosfera é função de alguns dos principais componentes do ciclo hidrológico: a precipitação, a evaporação real e o runoff. Horton (1933) apresenta uma descrição detalhada dos componentes do ciclo hidrológico. Outros componentes, tais como a armazenagem em depressões, a transpiração de plantas e a interceptação, podem também ser consideradas.

A combinação de valores de precipitação, evaporação real e runoff podem resultar em um

superávit (i.e., fluxo positivo, de infiltração) ou déficit (i.e., fluxo negativo, de exfiltração). O fluxo total pode ser determinado com base na seguinte relação de balanço de água:

$$NF = P \cos \alpha - AE - R \quad (27)$$

onde:

- NF = fluxo total, m/s;
- P = precipitação, m/s;
- α = ângulo da superfície do terreno, com origem na horizontal, radianos;
- AE = evaporação real, m/s;
- R = runoff, m/s.

O fluxo total, NF , corresponde à uma condição de fronteira natural (i.e., de fluxo). A quantidade de precipitação, P , é geralmente um dado conhecido, obtido ou estimado com base em dados climatológicos. O termo $\cos(\alpha)$, que multiplica P , foi incluído com base na hipótese de que a precipitação atinge a superfície do terreno em uma trajetória média aproximadamente vertical e baseado no fato de que a precipitação é geralmente medida em uma superfície horizontal. Os termos AE e R são considerados independentes da orientação da superfície do terreno. No entanto, AE e R são funções de parâmetros atmosféricos e da sucção do solo na superfície. Como a sucção do solo varia em função do fluxo na fronteira, tem-se um problema não-linear. Desta forma, o fluxo total é uma incógnita que deve ser calculada de forma conjunta com as equações que governam o fluxo em solos não saturados.

Conforme foi descrito por Hillel (1982), três condições são necessárias para que o processo de evaporação ocorra. Primeiramente, um suprimento contínuo de energia deve existir para o calor latente de vaporização. Este suprimento é principalmente função da radiação solar líquida, R_n . A segunda condição é que a pressão parcial de vapor acima da superfície do solo seja inferior à pressão parcial de vapor nos poros do solo de superfície. Finalmente, deve existir um suprimento interno contínuo de água para a superfície em evaporação. As duas primeiras condições determinam o valor da evaporação potencial, PE , e são controladas por fatores micro-meteorológicos tais como a radiação de ondas curtas e longas, a umidade do ar, a temperatura do ar e a velocidade do vento. A terceira condição é controlada pelas condições internas do solo, tais como, tipo de solo, umidade e condições hidrogeológicas. Desta forma, a quantidade de evaporação real é controlada pela evaporação potencial, PE , pelas condições da superfície do solo e pela disponibilidade de água subterrânea.

O fluxo de água em direção à superfície do solo, em condições relativamente úmidas, ocorre principalmente na forma de fluxo líquido. Conforme o solo seca, a transferência de vapor se torna predominante. Uma diminuição da quantidade de água na superfície do solo resulta em um aumento da sucção. Conforme a sucção aumenta, uma maior quantidade de energia se torna necessária para remover a água da superfície do solo. Wilson (1990) mostrou que a evaporação real de uma superfície de solo pode ser determinada medindo-se a evaporação potencial e utilizando uma função limitadora. Esta função limitadora reproduz a diminuição da quantidade de evaporação conforme a sucção na superfície cresce:

$$AE = PE \frac{p_v - p_v^{air}}{p_{vsat} - p_v^{air}} = PE \left[\frac{RH - (p_{vsat}^{air} / p_{vsat}) RH_{air}}{1 - (p_{vsat}^{air} / p_{vsat}) RH_{air}} \right] \quad (28)$$

onde:

$$\begin{aligned}
RH &= p_v/p_{vsat}, \text{ é a umidade relativa na superfície do solo, dada pela equação de Kelvin;} \\
p_v^{air} &= \text{pressão de vapor no ar próximo da superfície do solo, kPa;} \\
p_{vsat}^{air} &= \text{pressão de vapor de saturação no ar próximo da superfície do solo, kPa;} \\
RH_{air} &= \text{umidade relativa do ar próximo da superfície do solo.}
\end{aligned}$$

De acordo com a Eq. (28), conforme a sucção aumenta, RH diminui, até que seja alcançado o valor zero para um valor de sucção de aproximadamente 1×10^6 kPa. A Eq. (28) mostra que conforme a umidade relativa diminui, AE diminui até que seja atingido um valor próximo de zero.

O fluxo total através da interface solo-atmosfera pode ser determinado uma vez que se tenham valores para a precipitação e parâmetros para a definição da evaporação potencial. Runoff pode ser calculado de forma iterativa. Se a superfície de interesse possui uma drenagem eficiente, toda a água de runoff escoará e será removida de superfície do solo. Neste caso, a quantidade de fluxo total, NF , não deve produzir poro-pressões de água na superfície do solo que sejam positivas. Um conjunto de equações condicionais, interativas, pode ser utilizado para representar estas condições (Gitirana Jr., 2005):

$$NF = \begin{cases} P \cos \alpha - AE & : \text{se } P \cos \alpha - AE > 0 \text{ e } u_{ws} < 0 \\ EF(0 - u_{ws}) & : \text{se } P \cos \alpha - AE > 0 \text{ e } u_{ws} \geq 0 \\ P \cos \alpha - AE & : \text{se } P \cos \alpha - AE \leq 0 \end{cases} \quad (29)$$

onde:

$$\begin{aligned}
u_{ws} &= \text{poro-pressão de água na superfície do solo, kPa;} \\
EF &= \text{um número grande.}
\end{aligned}$$

Quando o multiplicador EF tende ao infinito, a condição de fronteira de fluxo $NF = EF(0 - u_{ws})$ se torna matematicamente equivalente a uma condição de fronteira essencial, onde $u_w = 0$. Desta forma, a condição de fronteira utilizando a quantidade de fluxo $EF(0 - u_{ws})$ é uma forma alternativa à utilização de condições de fronteira naturais e essenciais alternadas. Runoff ocorrerá somente quando o valor de $P \cos \alpha - AE$ for maior que a condutividade hidráulica do solo saturado. A quantidade de runoff corresponde à diferença entre a água disponível, $P \cos \alpha - AE$, e a quantidade de infiltração calculada de forma iterativa, utilizando a Eq. (29) em conjunto com a equação diferencial de fluxo de água.

5.2 Fluxo de calor entre o solo e a atmosfera

A quantidade de fluxo de calor através da fronteira solo-atmosfera depende da disponibilidade de calor externo e da quantidade de calor consumida durante o processo de evaporação. O fluxo de calor na superfície do solo deve estar de acordo com a equação de balanço de energia a seguir:

$$H = Q_n - AE \quad (30)$$

onde:

$$H = \text{fluxo de calor na superfície do solo, W/m}^2;$$

$$Q_n = \text{radiação total líquida disponível na superfície do solo, W/m}^2;$$

$$AE = \text{evaporação real, W/m}^2.$$

A evaporação real, AE , pode ser convertida da unidade tradicional (m/s) para W/m^2 multiplicando o seu valor pelo calor latente de vaporização (MJ/kg) e pela densidade do solo (kg/m^3), $AE[\text{W/m}^2] = 1 \times 10^{-6} \times AE[\text{m/s}] \times L_v[\text{MJ/kg}] \times \rho_w[\text{kg/m}^3]$. Gradientes geotérmicos são geralmente desprezados. O fluxo de calor, H , deve ser aplicado na forma de uma condição de fronteira natural (i.e., fluxo).

Bibliografia

- Bear, J. 1972. “*Dynamic of Fluids in Porous Media.*” Dover Science, New York, USA, 714p.
- Cook, H. 1981. “*Concepts and Applications of Finite Element Analysis.*” John Wiley & Sons, New York, United States of America, 537p.
- Dakshnamurthy, V. and Fredlund, D.G. 1981. “A mathematical model for predicting moisture flow in an unsaturated soil under hydraulics and temperature gradients.” *Water Resources Research*, 17(3): 714-722.
- Ebrahimi-B, N., Gitirana Jr., G., Fredlund, D.G., Fredlund, M.D., and Samarasekera, L. 2004. “A lower limit for the water permeability coefficient”. 57th Canadian Geotechnical Conference, Quebec.
- Edlefsen, N.E. and Anderson, A.B.C. 1943. “Thermodynamics of Soil Moisture.” *Hilgardia*, 15(2): 31-298.
- Fredlund, D.G. 2002. “Use of soil-water characteristic curves in the implementation of unsaturated soil mechanics, keynote address”. *Proc., 3rd Int. Conf. on Unsaturated Soils*, March 10-13, Recife, Brazil, Volume 3, 1-23.
- Fredlund, D.G. and Morgenstern, N.R. 1977. “Stress state variables for unsaturated soils.” *Journal of Geotechnical Engineering Division*, Proceedings, American Society of Civil Engineers, GT5, 103: 447-466.
- Fredlund, D.G. and Rahardjo, H. 1993. “*Soil Mechanics for Unsaturated Soil.*” John Wiley & Sons, New York, United States of America, 517p.
- Fredlund, D.G., Xing, A., and Huang, S. 1994. “Predicting the permeability function for unsaturated soil using the soil-water characteristic curve.” *Canadian Geotechnical Journal*, 31(4): 533-546.
- Freeze, R.A. and Cherry, J.A. 1979. “*Groundwater.*” Prentice Hall, Inc., New Jersey, USA, 604p.
- Gitirana Jr., G.F.N. (2005). “*Weather-Related Geo-Hazard Assessment Model for Railway Embankment Stability.*” PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada, 411p.
- Hillel, D. (1982). “*Introduction to soil physics.*” Academic Press, Inc., San Diego, USA, 365p.
- Horton, R.E. (1933). “The role of infiltration in the hydrological cycle.” *Trans. American Geophys. Union*, 14: 446-460.
- Kimball, B.A., Jackson, R.D., Reginato, R.J., Nakayama, F.S., and Idso, S.B. 1976. “Comparison of field-measures and calculated soil-heat fluxes.” *Soil Science Society of America Proceedings*, 40(1): 18-25.
- Lima, M.C. (2003). “*Degradação Físico-Química e Mineralógica de Maciços Junto às Voçorocas.*” Tese de Doutorado G.TD – 17A/03. Universidade de Brasília, DF. 336p.
- Milly, P.C.D. 1984. “A linear analysis of thermal effects on evaporation from soil.” *Water Resources Research*, 20(8): 1075-1085.
- Pereira, J.H.F. 1996. “*Numerical analysis of the mechanical behavior of collapsing earth*

- dams during first reservoir filling.*” Ph.D. thesis, Department of Civil Engineering, University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada, 449p.
- Philip, J.R. and de Vries, D.A. 1957. “Moisture movement in porous materials under temperature gradients.” *Transactions, American Geophysical Union*, 38(2): 222-232.
- Reddy, J.N. (1993). “*An Introduction to the Finite Element Method.*” McGraw-Hill, New York, United States of America, 2e, 684p.
- Terzaghi, K. 1943. “*Theoretical Soil Mechanics.*” 14th printing, John Wiley & Sons, Inc., New York, USA, 510p.
- Wilson, G.W. (1990). “*Soil Evaporative Fluxes for Geotechnical Engineering Problems.*” PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada, 464p.
- Wilson, G.W., Fredlund, D.G., and Barbour, S.L. 1994. “Coupled soil-atmosphere modeling for soil evaporation.” *Canadian Geotechnical Journal*, 31(2): 151-161.