

# Việt Nam Khoa Học Kỹ Thuật

Vietnam Scientific and Technical Journal

ISSN 0868-279X NĂM THỨ BA

Số 2-1999



KỸ THUẬT VIỆT NAM

# SỬ DỤNG PHÂN TÍCH PHẦN TỬ HỮU HẠN CHO ỨNG SUẤT PHÁP VÀ ỨNG SUẤT CẮT TRONG TÍNH TOÁN ỔN ĐỊNH MÁI DỐC

## USING A FINITE ELEMENT STRESS ANALYSIS FOR NORMAL AND ACTUATING SHEAR STRESS IN SLOPE STABILITY ANALYSIS

GS.TS. DELWYN G. FREDLUND, RAYMOND E. G. SCOLAR và V. Q. HUNG,

Trường đại học Tổng hợp Saskatchewan, Canada

**TÓM TẮT:** Báo cáo này điểm lại sự phát triển của phương pháp phần tử hữu hạn phân tích ổn định mái dốc và đề xuất rằng phương pháp này có thể được sử dụng trong thực tiễn để giải quyết các vấn đề về ổn định mái dốc. Sự kết hợp giữa phân tích ứng suất phần tử hữu hạn với phân tích trạng thái cân bằng giới hạn đảm bảo chắc chắn hơn và linh động hơn đối với sự phân bố ứng suất trong khối đất. Lực pháp tuyến dọc theo bất cứ mặt trượt nào có thể được tính toán từ phân bố ứng suất đều được tính bằng phương pháp phân tích ứng suất tuyến tính hay phi tuyến. Hệ số an toàn toàn bộ cho mái dốc được định nghĩa như tỉ số giữa khả năng chống cắt của đất và ứng suất cắt phá hoại. Hệ số an toàn toàn bộ giữ nguyên các giả thiết cơ bản gắn liền với định nghĩa về hệ số an toàn của phương pháp cân bằng giới hạn.

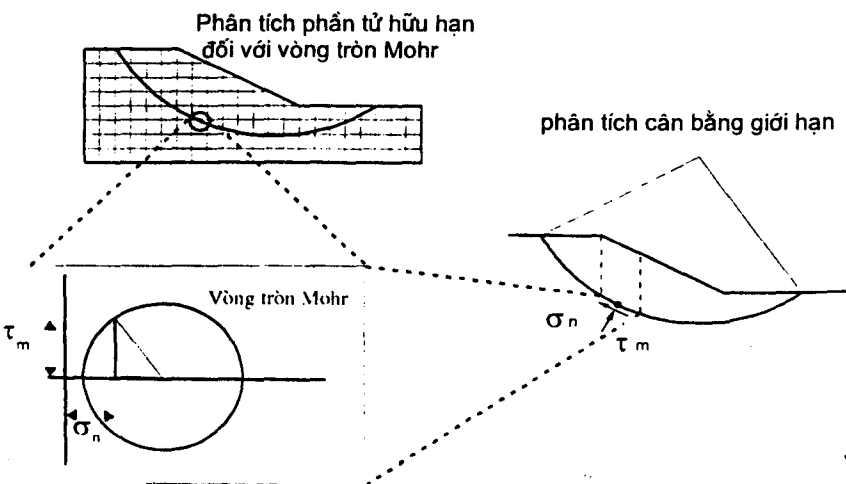
Hệ số an toàn toàn bộ tính toán được từ phương pháp phần tử hữu hạn cho thấy sự thống nhất đối với hệ số an toàn được tính toán sử dụng bất kỳ phương pháp nào trong các phương pháp cân bằng giới hạn.

**ABSTRACT:** This paper reviews the development of finite element slope stability analyses and proposes that such a method can form a practical procedure for solving slope stability problems. The combination of a finite element stress analysis with a limit equilibrium analysis provides greater certainty and flexibility regarding the internal distribution of stresses within the soil mass. The normal force along any selected slip surface can be calculated from the stress distribution that has been calculated using a linear and non-linear stress analysis. The overall factor of safety for a slope can be defined as the available shear strength of the soil divided by the resisting shear strength. The resulting overall factor of safety retains the basic assumptions inherent to the limit equilibrium definition of the factor of safety.

The overall factor of safety computed using the finite element method shows good agreement with the factors of safety computed using any one of several limit equilibrium methods.

### 1. GIỚI THIỆU CHUNG

Các phương pháp cân bằng giới hạn đã được sử dụng thành công và rộng rãi để đánh giá ổn định mái dốc. Các phương pháp cân bằng giới hạn tổng hợp các lực và mômen liên quan tới một mặt trượt giả định cắt qua khối đất (Fredlund và Krahn, 1975; Fredlund et al, 1981). Mặc dù vậy, các phương pháp này không sử dụng đến các đặc trưng ứng suất, biến dạng của đất. Các đặc trưng ứng suất-biến dạng của đất có thể ảnh hưởng đến ổn định của mái dốc (Kondner 1963). Phương



Hình 1: Mô phỏng ứng suất như là sự nhập từ phân tích phần tử hữu hạn sang phân tích cân bằng giới hạn

pháp phân tích phân tử hữu hạn sử dụng mô hình ứng suất-biến dạng của đất để tính toán các ứng suất trong khối đất. Những ứng suất này sau đó được sử dụng để tính toán hệ số an toàn (Hình 1). Toàn bộ trạng thái ứng suất từ phân tích phân tử hữu hạn được "nhập" vào phân tích cân bằng giới hạn, trong đó ứng suất pháp và ứng suất cắt được tính toán tương ứng với bất kỳ mặt trượt lựa chọn nào.

Mục đích của báo cáo này là trình bày một phương pháp kết hợp phương pháp phân tích phân tử hữu hạn cho mái dốc với các khái niệm của phương pháp phân tích cân bằng giới hạn. Phương pháp cuối cùng được gọi là "phương pháp phân tử hữu hạn phân tích ổn định mái dốc" và các kết quả được so sánh với các kết quả nhận được khi sử dụng các phương pháp phân tích cân bằng giới hạn truyền thống.

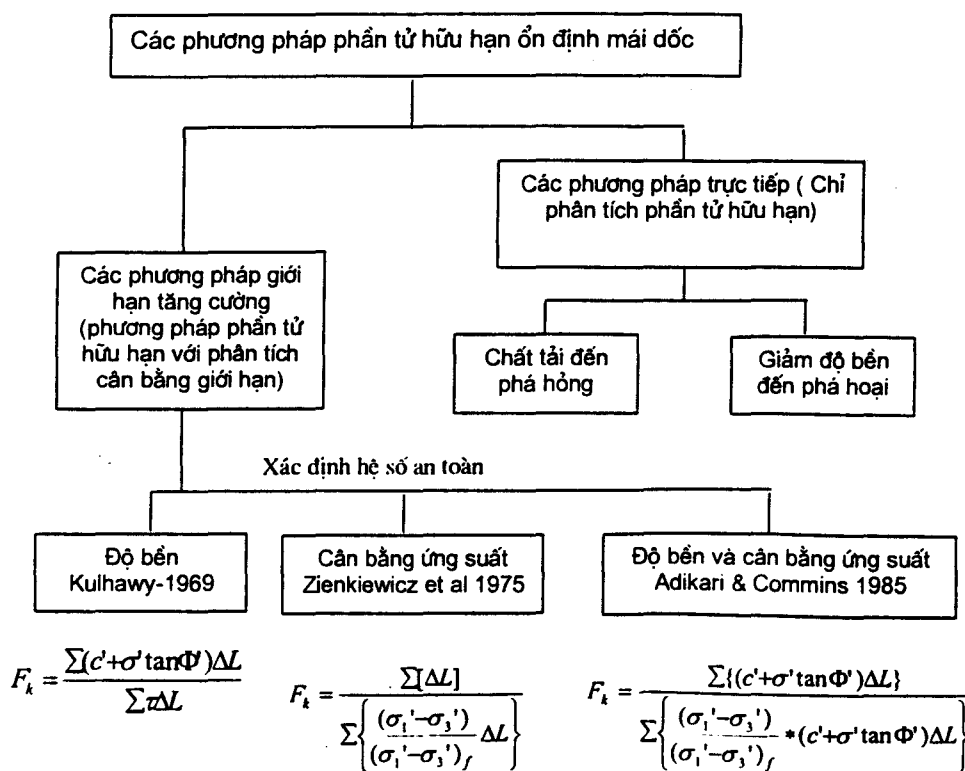
## 2. TỔNG QUAN TÀI LIỆU

Bishop (1952) nhận thấy rằng ứng suất từ phương pháp phân tích cân bằng giới hạn không phù hợp với ứng suất thực tế trong kết cấu đất. Những nhà nghiên cứu khác đã khẳng định lại quan sát này bằng thực nghiệm và bằng phương pháp số: La

Rochelle (1960) ước tính các trạng thái ứng suất trong mái dốc đứng sử dụng các thí nghiệm quang đàn hồi trên các mô hình gelatin. Kết quả cho thấy ứng suất dọc theo mặt trượt bị *quá ứng suất* ở phần thấp hơn của mặt trượt. Brown và King (1966) tạo ra các mặt trượt tới hạn từ phân tích phân tử hữu hạn cho mái dốc sử dụng mô hình đất tuyến tính. Các mặt trượt tới hạn được tạo ra bằng cách sử dụng góc nghiêng dọc theo mặt trượt (tức là  $q$  tương đương với  $(45^\circ + f/a)$ ). Mỗi bề mặt trượt tới hạn thể hiện một ước tính gần đúng đối với mặt trượt có dạng tròn cơ bản.

Kulhawy (1969) xây dựng một chương trình máy tính để đánh giá một cách độc lập phân bố ứng suất pháp và ứng suất cắt dọc theo mặt trượt giả định. Các ứng suất pháp và cắt từ phân tích đàn hồi được sử dụng để tính toán hệ số an toàn toàn bộ. Công thức của Kulhawy (1969) được gọi là "phương pháp cường độ giới hạn nâng cao".

Một vài phương pháp phân tử hữu hạn phân tích ổn định mái dốc đã được đề xuất. Các phương pháp này có thể được chia ra là "các phương pháp giới hạn nâng cao" hoặc "các phương pháp trực tiếp", như trình bày trong hình 2.



Hình 2: phân tử hữu hạn được lựa chọn khi tính toán hệ số an toàn trong phân tích ổn định mái dốc

Wright (1969) so sánh các hệ số an toàn tính toán được từ phương pháp "cường độ giới hạn nâng cao" với các hệ số an toàn sử dụng phương pháp đơn giản hoá của Bishop (1955). Hệ số an toàn xác định được bằng phương pháp "cường độ giới hạn nâng cao" (Kulhawy, 1969) vào khoảng 3% cao hơn so với hệ số an toàn từ phương pháp đơn giản hoá của Bishop.

Zienkiewicz et al. (1975) cũng đề xuất phương pháp phân tích phần tử hữu hạn để tính hệ số an toàn sử dụng chênh lệch ứng suất chính trong đất tại thời điểm phá hoại để định nghĩa hệ số an toàn, phương pháp này là "phương pháp mức độ ứng suất giới hạn nâng cao" (xem hình 2).

Naylor (1982) thành lập hai loại phương pháp phân tử hữu hạn tính toán ổn định mái dốc, phương pháp phân tích "trực tiếp" và phương pháp phân tích "giới hạn nâng cao". Phương pháp trực tiếp sử dụng công thức tại các nút để định nghĩa mặt trượt và hệ số an toàn trực tiếp từ phép phân tích. Phương pháp ổn định mái dốc "trực tiếp" đề xuất đã định nghĩa hệ số an toàn như tải trọng cân bằng để gây mất ổn định, hoặc như nghịch đảo của sự giảm đặc trưng cường độ yêu cầu để đạt tới mất ổn định.

Các phương pháp ổn định mái dốc "giới hạn nâng cao" dựa trên các ứng suất tính toán sử dụng phân tích phần tử hữu hạn và kết hợp với dạng phân tích cân bằng giới hạn dọc theo mặt trượt mô tả để định nghĩa hệ số an toàn. Bề mặt trượt mô tả là bề mặt định nghĩa bởi hệ số an toàn thấp nhất và được tìm thấy bằng cách thử dần. Các ứng suất dọc theo mặt trượt được tính toán sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn và có thể được sử dụng trong phương pháp "cường độ" hay phương pháp "mức độ ứng suất". Phương pháp "giới hạn nâng cao" chỉ yêu cầu một phân tích phần tử hữu hạn để tính toán hệ số an toàn cho mái dốc với các tổ hợp khác nhau của  $c'$  và  $f'$ .

Adikari và Cummins (1985) đưa ra phương pháp phần tử hữu hạn kết hợp với các phương pháp "cường độ" như định nghĩa bởi Kulhawy (1969) và "mức độ ứng suất" định nghĩa bởi Zienkiewicz et al. (1975) (hình 2). Theo định nghĩa, phá hoại không xảy ra trên mặt phẳng ứng suất chính và bởi vậy, phương pháp Kienkiewicz et al. (1975) (hay bất kỳ phương pháp mức độ ứng suất nào) tính toán hệ số an toàn cao hơn các hệ số an toàn tính được bằng phương pháp "cường độ".

Duncan et al. (1996) tổng hợp lại các phương pháp cân bằng giới hạn và phần tử hữu hạn đã được đề nghị để phân tích ổn định mái dốc.

### **3. SO SÁNH GIỮA CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH ỔN ĐỊNH MÁI DỐC PHẦN TỬ HỮU HẠN VÀ CÂN BẰNG GIỚI HẠN**

Phương pháp phần tử hữu hạn phân tích ổn định

mái dốc trong báo cáo này thuộc dạng "cường độ giới hạn nâng cao" (Scoular, 1997). Phương pháp phần tử hữu hạn này sử dụng định nghĩa hệ số an toàn của Kulhawy (1969). Phương pháp này định nghĩa hệ số cho hệ số an toàn tổng cộng là biểu thức của độ ổn định mái dốc trên cơ sở ứng suất tính toán được trong mái dốc. Các vấn đề ổn định mái dốc được tính toán sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn có hai khác biệt quan trọng so với các phương pháp cân bằng giới hạn. Thứ nhất, phương trình phần tử hữu hạn ổn định mái dốc là xác định; bởi vậy, không cần thêm các giả thiết để hoàn chỉnh tính toán. Thứ hai, phương trình hệ số an toàn là tuyến tính, bởi vì ứng suất pháp tại đáy mảnh đã được xác định. Mặt khác, các phương pháp cân bằng giới hạn, bắt đầu với phương pháp đơn giản hoá của Bishop (1955), sử dụng hệ số an toàn ước tính khi tính toán lực pháp tuyến tại đáy mảnh. Hệ số an toàn cuối cùng được tìm thấy qua quá trình lặp. Hệ số an toàn của phương pháp phần tử hữu hạn được xác định sử dụng ứng suất và cắt tính toán từ phân tích phần tử hữu hạn.

Các phân tích phần tử hữu hạn đã có từ lâu, dù vậy nó không trở nên phổ biến cho phân tích ổn định mái dốc là do yêu cầu tính toán nhiều và khó khăn trong việc xác định đặc tính ứng suất biến dạng của đất. Hơn nữa, các phương pháp cân bằng giới hạn để sử dụng và rẻ đã cho hệ số an toàn phản ánh đúng điều kiện phá hoại tại hiện trường cho hầu hết các tình huống. Hiện nay microcomputer đã có đủ khả năng để thực hiện phân tích kết hợp ứng suất và cân bằng giới hạn. Kết quả là, phương pháp sau cùng này sẽ trở nên thông dụng hơn trong thực tế.

Phương pháp phần tử hữu hạn giới hạn nâng cao (cường độ) đề xuất bởi Kulhawy (1969) được lựa chọn là phương pháp thích hợp nhất cho phân tích ổn định mái dốc. Phần mềm phần tử hữu hạn ứng suất biến dạng, Sigma/w, được cải tiến để tìm kiếm, gán và chuyển ứng suất tính toán cho các điểm thiết kế trên mặt trượt (Bathe, 1982; Krahn et al., 1996). Các ứng suất tính toán được sử dụng để tính toán ứng suất pháp và cắt trên mặt trượt. Các ứng suất pháp và cắt trên mặt trượt được dùng để tính hệ số an toàn cục bộ tại điểm giữa của đáy mỗi mảnh cũng như hệ số an toàn tổng cộng cho toàn bộ cung trượt. Hệ số an toàn tổng cộng được định nghĩa phù hợp với phương pháp ổn định mái dốc phần tử hữu hạn trình bày bởi Kulhawy (1969), và được biểu diễn như tỉ số giữa tổng của cường độ kháng cắt tăng dần,  $S_c$ , với tổng của cường độ cắt phá hoại,  $S_m$ , dọc theo bề mặt trượt.

$$F_{FEM} = \frac{\sum S_r}{\sum S_m}, \quad |1|$$

Lực kháng cắt cho mỗi mảnh được tính toán từ cường độ kháng cắt  $\tau$  tại điểm giữa của mỗi mảnh, nhân với chiều dài đáy mảnh  $\beta$ . Lực cắt phá hoại  $S_m$  cho mảnh được tính toán như ứng suất cắt phá hoại  $\tau_m$  tại điểm giữa của mảnh, nhân với chiều dài đáy mảnh  $\beta$ .

$$S_m = \tau_m \beta, \quad |2|$$

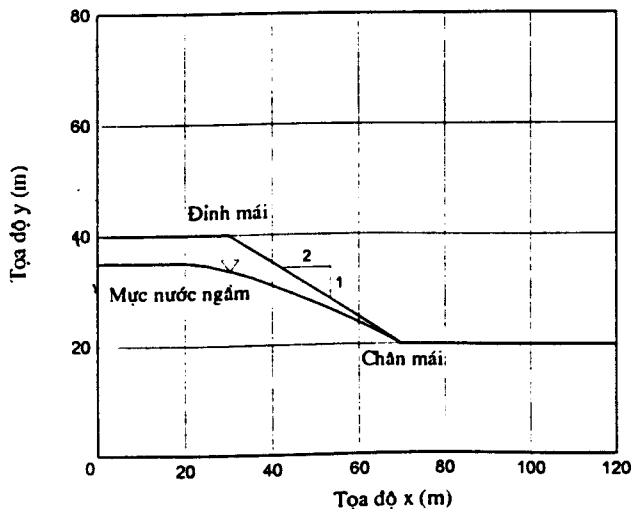
Hệ số an toàn cục bộ được định nghĩa như tỉ số giữa lực kháng cắt,  $S_r$  tại điểm trên cung trượt với lực cắt phá hoại,  $S_m$  tại cùng một điểm.

$$F_{local} = \frac{S_r}{S_m} = \frac{\tau \beta}{\tau_m \beta}, \quad |3|$$

Lực kháng cắt  $S_r$  và lực cắt phá hoại  $S_m$  cả hai được tính toán sử dụng ứng suất tính toán trong phân tích phần tử hữu hạn. ứng suất pháp  $\tau_n$  và ứng suất cắt  $\tau_m$  có thể được "nhập vào" như các giá trị đã biết vào phân tích cân bằng giới hạn và định nghĩa của cả hệ số an toàn tổng và hệ số an toàn cục bộ là tuyến tính.

#### 4. NGHIÊN CỨU THAM SỐ TRÊN MỘT MÁI ĐỐC ĐƠN GIẢN 2:1

Một mái dốc tự nhiên có độ dốc 2:1 được phân tích với áp lực nước lỗ rỗng bằng không, mái dốc khô, và với mực nước tại ba phần tư chiều cao mái dốc, mái dốc ướt (hình 3) (Scouler, 1997). Giá trị  $c'$  được thay đổi từ 10 đến 40 kPa và giá trị  $f'$  được thay đổi từ  $10^\circ$  đến  $30^\circ$  cho mỗi dạng mái dốc.



Hình 3: Mái dốc tự nhiên 2:1 với mực nước ngầm thoát ra tại chân mái

#### 4.1 Phân tích cân bằng giới hạn

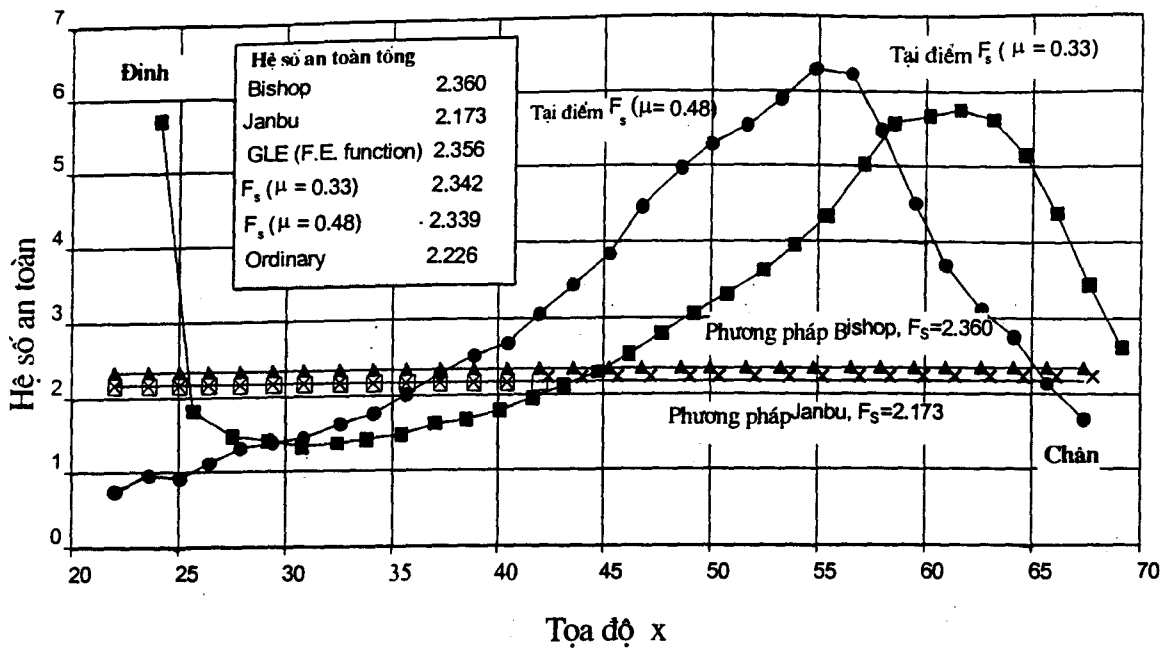
Phân tích cân bằng giới hạn được thực hiện bằng phương pháp cân bằng giới hạn tổng quát (GLE), (Fredlund và Krahn, 1997), phương pháp này cho lời giải kết hợp giữa cân bằng môment và cân bằng lực. Hàm số thực nghiệm phần tử hữu hạn của lực giữa các mảnh, dựa trên phân tích ứng suất độc lập (Fan et al. 1986) được sử dụng. Phương pháp cân bằng giới hạn tổng quát cùng với hàm số phần tử hữu hạn của lực giữa các mảnh cho phép so sánh giữa các phân tích ứng suất phần tử hữu hạn và cân bằng giới hạn.

#### 4.2 phân tích ứng suất phần tử hữu hạn

Phân tích ứng suất phần tử hữu hạn được thực hiện bằng cách "bật" trọng lượng cho mái dốc đứng tự nhiên và cho mái dốc một phần ngập nước. Tải trọng của nước và áp lực ngang tới mái dốc được mô tả bằng các lực tại nút tương đương với trọng lượng của nước trên mái dốc. Phân tích được thực hiện với hệ số Poisson bằng 0.33 và 0.48, và môđun đàn hồi bằng 20,000 và 200,000 kPa. Kết quả cho thấy ứng suất thay đổi khi thay đổi hệ số Poisson, nhưng không thay đổi khi thay đổi môđun đàn hồi. Điều này phù hợp với quan sát của Matos (1982).

### 5. KẾT QUẢ CỦA PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN ỔN ĐỊNH MÁI ĐỐC

Trong khi giá trị hệ số an toàn thay đổi dọc theo mặt trượt, hệ số an toàn toàn bộ vẫn nằm trong khoảng hệ số an toàn của phương pháp cân bằng giới hạn. Hệ số an toàn tính được từ phương pháp cân bằng giới hạn và phương pháp phần tử hữu hạn rất sát nhau. Kết quả nằm trong khoảng giới hạn của sự thiếu chắc chắn trong tính toán ổn định mái dốc. Phương pháp phần tử hữu hạn kết hợp các đặc tính ứng suất, biến dạng của đất khi tính toán cường độ kháng cắt và lực cắt phá hoại của đất trong tính toán hệ số an toàn (hình 4). Sự khác biệt lớn nhất trong hệ số an toàn được thấy khi giá trị góc ma sát cao, khi giá trị lực dính thấp và tại giá trị hệ số Poisson cao nhất.



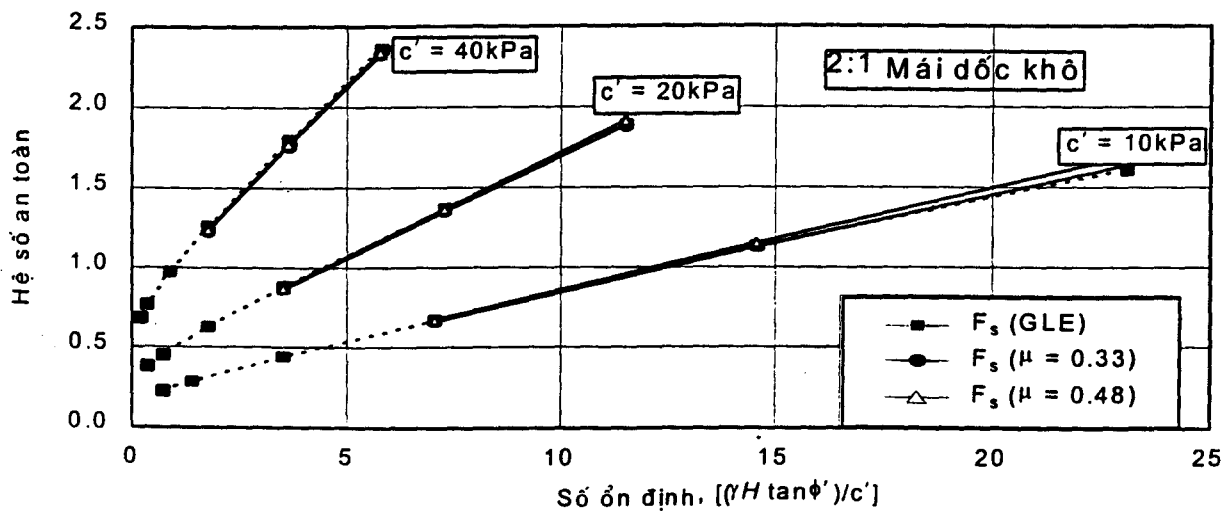
**Hình 4: Độ bền trượt cho mái dốc khô, độ dốc 2:1 được tính toán theo phương pháp phân tử hữu hạn**

Các hệ số an toàn được nhóm theo lực dính  $c'$  và vẽ đối với hệ số ổn định  $[(\gamma H \tan \phi')/c']$  (Janbu, 1954), trong đó  $\gamma$  là trọng lượng riêng của đất,  $H$  là chiều cao mái dốc,  $\phi'$  là góc ma sát trong và  $c'$  là lực dính.

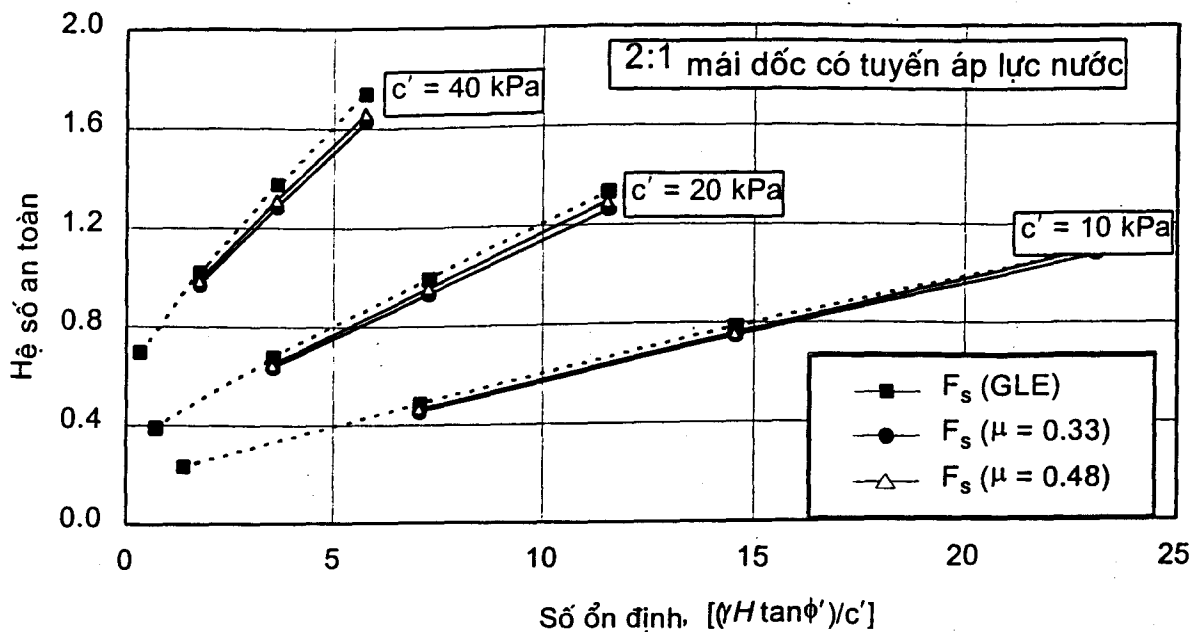
Mái dốc tự nhiên (khô) biểu hiện sự phân tán nhỏ của hệ số an toàn khi lực dính gần tới 10 kPa và góc ma sát trong dần tới  $30^\circ$  (hình 5). Hệ số an toàn từ phương pháp phân tử hữu hạn, với hệ số Poisson cao, lớn hơn so với kết quả của phương pháp cân bằng giới hạn tổng quát. Cũng dễ quan sát thấy rằng tại giá trị lực dính lớn, ( $c'$  vào khoảng 40 kPa), hệ số an

toàn được tính từ phương pháp cân bằng giới hạn tổng quát lớn hơn so với từ phương pháp phân tử hữu hạn với bất kỳ hệ số Poisson nào.

Mái dốc tự nhiên (ướt) với mực nước ngầm tại ba phần tư chiều cao mái dốc (hình 6) biểu hiện sự phân tán nhỏ giữa hệ số an toàn của phương pháp phân tử hữu hạn và của phương pháp cân bằng giới hạn tổng quát khi lực dính là 40 và 20 kPa. Sự sai khác giữa các hệ số an toàn là như nhau cho tất cả các giá trị của lực dính đến khi góc ma sát trong bằng  $30^\circ$  và lực dính bằng 10 kPa.



**Hình 5: Các yếu tố an toàn cho mái dốc thô 2:1 xem như hàm số gắn kết**



**Hình 6:** Hệ số an toàn như hàm số gắn kết cho mái dốc 2:1 với mực nước trong đất tại 3/4 chiều cao mái dốc

Hai phương pháp phân tích ổn định mái dốc, phương pháp phân tử hữu hạn và cân bằng giới hạn tổng quát cho hệ số an toàn gần như nhau. Ưu điểm của phương pháp phân tử hữu hạn là các đặc trưng ứng suất, biến dạng của đất được sử dụng để xác định trạng thái ứng suất trong mái dốc. Nếu hệ số an toàn tính được từ hai phương pháp là như nhau cho một mái dốc đơn giản, kết quả từ hai phương pháp có thể được lý giải như nhau. Báo cáo này đặt cơ sở cho việc sử dụng phương pháp pháp phân tử hữu hạn trong các tình huống mà phương pháp cân bằng giới hạn không cho kết quả thỏa đáng. Phương pháp pháp phân tử hữu hạn cũng cho phép vẽ được đồ thị của hệ số an toàn cục bộ. Đồ thị này có thể được kết hợp với biểu đồ quan hệ cường độ kháng cắt -

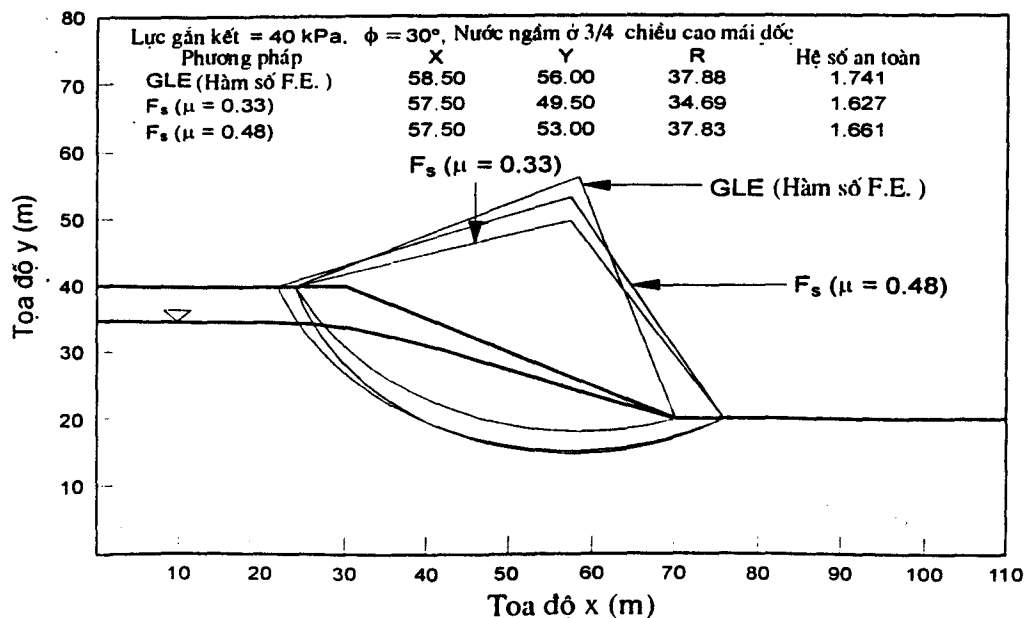
lực cắt phá hoại để giải thích cơ chế chống đỡ tốt nhất của mái dốc.

Phương pháp cân bằng giới hạn đã được quan tâm sử dụng nhiều hơn so với phương pháp pháp phân tử hữu hạn, trong khi hệ số an toàn tính được từ hai phương pháp là như nhau. Sự kiểm tra kỹ các mặt trượt nguy hiểm cho thấy trong khi các giá trị hệ số an toàn là như nhau, vị trí của các bề mặt trượt có thể khác nhau.

### 6. PHÂN TÍCH VỀ VỊ TRÍ CỦA MẶT TRƯỢT NGUY HIỂM

Vị trí của cung trượt nguy hiểm thay đổi phụ thuộc vào từng tình huống phân tích cụ thể. Sự thay đổi lớn nhất về vị trí của cung trượt nguy hiểm được thấy ở mái dốc tự nhiên ướt (Hình 7).

**Hình 7:** Vị trí các cung trượt của mái dốc với tuyến nước ngầm, Có lực dính  $c' = 40\text{KPa}$  và  $\phi' = 30^\circ$



Nói chung, các cung trượt của phương pháp phân tử hữu hạn xuống thấp hơn so với của phương pháp cân bằng giới hạn đối với mái dốc ướt. Đối với mái dốc tự nhiên, phương pháp phân tử hữu hạn với hệ số Poisson bằng 0.48 cho thấy mặt trượt thấp nhất.

## 7. KẾT LUẬN

Phương pháp phân tử hữu hạn phân tích ổn định mái dốc là phương pháp phân tích khả thi và đến nay đã có thể bắt đầu được ứng dụng trong công trình thực tế. Phương pháp phân tử hữu hạn cho nhiều thông tin chi tiết hơn về trạng thái ứng suất trong đất so với phương pháp cân bằng giới hạn truyền thống. Những thông tin này rất có giá trị trong việc thiết kế mái dốc hay các kết cấu tường chắn.

Giá trị hệ số Poisson có thể ảnh hưởng đến tính toán hệ số an toàn cũng như vị trí của cung trượt. Với việc ứng dụng nhiều hơn của phương pháp phân tử hữu hạn cho các vấn đề ổn định mái dốc, cần có hiểu biết tốt hơn về ảnh hưởng của hệ số Poisson và mô hình biến dạng tổng thể của mái dốc.

Phân tích ứng suất bằng phương pháp phân tử hữu hạn đã cung cấp thông tin đầu vào cho tính toán ổn định mái dốc. Những nghiên cứu tiếp theo về phân tích ứng suất cần được tiến hành để đảm bảo điều kiện biến thích đáng được sử dụng và mô hình ứng suất, biến dạng hợp lý được sử dụng. Với đảm bảo này, kết cấu đất có thể được thiết kế tốt hơn cho nhiều điều kiện ứng suất khác nhau.

### Lời cảm ơn

Các tác giả cảm ơn sự giúp đỡ của bà Noshin Zaderzadeh, kỹ sư nghiên cứu, Trường đại học Saskatchewan, Saskatoon, trong việc chuẩn bị bản thảo. Các tác giả cũng cảm ơn công ty Geo-Slope International, Calgary, về việc sửa đổi phần mềm của công ty để nghiên cứu này có thể thực hiện được.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

Adikari, G.S.N. and Cummins P.J. 1985. An effective stress slope stability analysis method for dams. Proceedings of 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 2: 713-718.

Bathe, K.J. 1982. Finite element procedures in engineering analysis. Prentice-Hall: 200-233.

Bishop, A.W. 1952. The stability of earth dams. Ph.D. Thesis, University of London.

Bishop, A.W. 1955. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. Geotechnique, 5(1): 7-17.

Brown, C. B. and King I. P. 1967. Automatic embankment analysis equilibrium and instability conditions. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 93 (SM4): 209-219

Duncan, J.M. 1996. State-of-the-art: Stability and deformation analysis. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 122(7): 557 - 597.

Fan, K., Fredlund D.G. and Wilson G.W. 1986. An interslice force function for limit equilibrium slope stability analysis. Canadian Geotechnical Journal, 23(3): 287-296.

Fredlund, D.G. and Krahn J. 1977. Comparison of slope stability methods of analysis. Canadian Geotechnical Journal, 14(3): 429-439.

Fredlund, D.G., Krahn J. and Pufahl D.E. 1981. The relationship between limit equilibrium slope stability methods. Proceedings of Tenth International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, Stockholm, Sweden, 3: 409-416.

Janbu, N. 1954. Stability analysis of slopes with dimensionless parameters. Harvard Soil Mechanics Series, (46).

Kondner, R.L. 1963. Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. ASCE, 89(SM1): 115-143.

Krahn, J., Lam L. and Fredlund D.G. 1996. The use of finite element computed pore-water pressures in a slope stability analysis. Landslides, Sennezet (editor) Rotterdam: Balkema, 2: 1277-1282.

Kulhawy, F.H. 1969. Finite element analysis of the behavior of embankments. Ph.D. Thesis, the University of California, at Berkley, California, U.S.A.

La Rochelle, P. 1960. The short term stability of slopes in London clay. Ph.D. Thesis, University of London, London, UK.

Matos, A.C. 1982. The numerical influence of the Poisson ratio on the safety factor. Proceedings of the 4th International Conference on Numerical Methods in Geo-Mechanics, 1: 207-211.

Naylor, D.J. 1982. Finite elements and slope stability. Numerical Methods in Geomechanics. D. Reidel Publishing Company.

Scoular, R.E.G. 1997. Limit equilibrium slope stability analysis using a stress analysis. M.Sc. Thesis, University of Saskatchewan, Saskatoon, Saskatchewan, Canada.

1996, Sigma/W for finite element stress/deformation analysis, user's guide, Version 2, Geo-Slope International Ltd., Calgary, Alberta, Canada.

Wright, S. G. 1969. A study of slope stability and the undrained shear strength of clay shales. Ph. D. thesis, University of California at Berrkeley, California, U.S.A.

Zienkiewicz, O.C., Humpheson C. and Lewis R.W. 1975. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil Mechanics. Geotechnique, 25(4): 671-689.